

교과별 논술형 평가 문항 예시자료

수학



일러두기

- 이 자료집은 교육과정에 대한 이해를 바탕으로 수업과 연계한 논술형 평가를 강화하고, 성취평가의 취지를 고려한 논술형 평가 문항 제작의 전문성 향상을 위해 제작하였습니다.
- 1부 [논술형 평가의 이해]에서는 경기도교육청에서 지향하는 논술형 평가의 개념과 방향을 명확히 하고, 논술형 평가 문항 제작 방법 등을 중심으로 안내하고 있으며, 2부 [교과별 논술형 평가 문항 예시]에서는 자료집 개발 취지와 구성을 안내하는 ‘자료를 읽는 눈’과 교과별로 개발된 논술형 평가의 다양한 예시를 담았습니다.
- 이 자료집에 실린 문항은 1기와 2기 중등 논술형 평가 핵심교원 직무연수 양성과정에서 개발된 자료로, 선생님들께서 직접 학생들과 수업과 평가를 통해 실행해보거나 2022 개정 교육과정 적용을 염두에 두고 개발한 것입니다.
- 2022 개정 교육과정의 평가 방향 및 방법을 반영하고, 각 성취수준별 해당 학생의 특성을 분석하여 성취평가 기반의 논술형 평가 문항을 개발하여 학교 현장에 활용 자료로 제공하고자 하였습니다.
- 학교급별, 교과별 다양한 상황과 맥락에 따라 달리 적용될 수 있으므로 예시 문항을 그대로 적용하기보다는 참고자료로 적절히 활용하시기 바랍니다.



CONTENTS

1부 논술형 평가의 이해

I. 2025 경기도교육청 논술형 평가 방향	08
II. 논술형 평가의 이해	09

2부 교과별 논술형 평가 문항 예시

 자료집을 읽는 눈	20
• 수학(중학교)	
체육행사에서 발견한 부채꼴 호의 길이와 넓이 구하기	28
수학적 사고를 통한 합리적 소비 의사결정 하기	36
정비례 관계를 이용하여 실생활 문제해결 하기	40
다각형 내각의 크기의 합 구하기	45
다각형의 성질 이해하고 설명하기	50
입체도형의 겹넓이와 부피 탐구하기	60
순환소수를 이용하여 스마트폰 패턴 암호화하기	67
미지수가 2개인 연립일차방정식의 해 구하기	77
제곱근의 성질과 사칙연산을 이용하여 수학적 모델링을 통한 실생활 문제해결 하기	80
농구공 궤적이 그리는 이차함수의 그래프 분석하기	86
블루투스 이어폰 찾기를 통한 원의 성질 이해하기	92
• 수학(고등학교)	
연속함수의 성질을 활용하여 문제해결 하기	98
위치 관계를 판별식으로 판단하기	104
경우의 수를 활용하여 숫자 야구 게임의 승리 전략 세우기	109
직선과 원의 방정식을 이용하여 롤러코스터 설계도 분석하기	115
함수를 이해하고 표현하기	121
수학적 귀납법으로 생활 속 원리 설명하기	127
도함수를 활용하여 그래프 추측하기	132
미분법을 사용하여 실생활 문제해결 하기	138
미적분의 원리가 적용된 세면대 속 탐구하기	144
의료 기술에 사용되는 타원의 방정식 구하기	149



1부

논술형 평가의 이해

I. 2025 경기도교육청 논술형 평가 방향	08
II. 논술형 평가의 이해	09

논술형 평가의 이해

I

2025 경기도교육청 논술형 평가 방향

미래사회의 변화에 따라 학교교육은 지식을 확장하고 내면화하여 활용할 수 있는 미래 역량을 함양하는 방향으로 변화하고 있습니다. 이에 따라 알고 있는 것을 바탕으로 무엇을 할 수 있는가에 맞춰 수업과 연계한 평가가 이루어져야 하며, 성취기준 및 성취수준에 근거하여 학생의 학습과 역량 함양을 지원하는 방향으로 수업과 평가의 관점이 달라지고 있습니다.

경기도교육청에서는 고차적 사고력 및 탐구 능력, 문제해결력 등의 역량을 신장시킬 수 있는 논술형 평가의 효과성에 주목하여 생각의 힘을 키우는 수업과 생각을 이끌어 내는 평가로써 논술형 평가를 확대해 가고 있습니다.

경기도교육청에서 추구하는 논술형 평가의 방향은 아래와 같습니다.

미래 역량을 함양하는 평가

- 학습의 과정과 개인의 성취도를 바탕으로 '성장'을 중시하는 평가
- 실생활 맥락에서 지식을 활용할 수 있는 능력을 평가하는 역량 평가

깊이있는 수업과 연계한 평가

- 핵심 아이디어를 중심으로 내용 요소들의 유기적 연계가 가능하도록 설계한 수업에서 학생의 학습경험이 논술형으로 이어지는 평가
- 학생이 주체적으로 지식을 탐구·재구성·표현하는 수업 활동과 밀착하여 연계되는 평가

성취기준에 근거한 평가

- 교과와 성취기준 및 성취수준과 성취내용을 바탕으로 한 평가
- 성취기준에 근거해 수업 맥락과 학습자 특성을 고려하여 평가 문항을 제작하고, 채점기준표를 구안하여 피드백을 실천하는 평가

수행 수준(채점기준)이 명확한 평가

- 교육과정 성취기준 분석을 통해 도출한 평가 요소를 바탕으로 수행 수준의 특성과 연결한 급간별 점수의 변별이 명확한 평가
- 평가 요소별 수행 수준(채점기준)이 출제 의도 및 발문, 조건 등과 유기적으로 연결되어 '무엇'을 묻고, '어떻게' 작성해야 하는가가 명확한 평가

피드백과 성찰을 일으키는 평가

- 교사가 학생의 논리적 오류를 바로잡고 사고 확장을 촉진하기 위한 구체적인 피드백을 제공할 수 있는 평가
- 학생이 생각을 조직하고 표현하는 과정에서 자신의 사고 과정을 성찰할 수 있는 평가

II 논술형 평가의 이해

1 논술형 평가의 정의와 목적

- **정의** : 지식에 대한 심층적 이해와 탐구, 분석과 판단 등 사고 과정을 학생 자신의 언어를 사용하여 논리적으로 기술하도록 하는 평가입니다.
- **목적** : 학생들이 분석적 이해력, 비판적 사고력, 창의적 문제해결력 등 고등 사고력 중심의 학습경험을 통해 자신의 삶에 실질적인 도움이 되도록 하기 위함입니다.

2 논술형 평가의 유형

- 경기도교육청에서는 논술형 평가 문항의 유형을 ‘제한형 논술’과 ‘확장형 논술’로 구분하여 운영합니다.
- 논술형 평가는 교육과정의 성취기준 및 성취수준에 근거하여 평가 요소를 도출하고 평가 계획에 따라 지필평가, 수행평가에서 적절한 유형을 적용하여 시행할 수 있습니다.

구분	제한형 논술	확장형 논술
응답 길이	한 문장* 이상	한 문단** 이상
응답 양식	분량, 내용 범위, 서술 양식 등의 제한	응답의 자유도 허용
글의 구성(완성도)	서술의 깊이와 넓이, 정확성 요구	의견이나 주장의 완결성, 완성도, 논리적 글쓰기 요구

*문장 : 생각이나 감정을 말과 글로 표현할 때 완결된 내용을 나타내는 최소의 단위, 주어와 서술어를 갖추고 있는 것이 원칙임.
문항에 대한 반응의 경우, 발문에 따라 주어가 생략될 수 있음.

**문단 : 완결된 생각을 담은 문장들이 모여서 하나의 중심 생각을 나타내는 단위, 일반적으로 주제 문장과 뒷받침 문장으로 구성되며, 일관성, 통일성, 완결성을 갖춰야 함.

※(출처) 교수학습과 학생평가 개선을 위한 서·논술형 평가 지침 활용 및 피드백 효과 제고 방안. 김경희(2021) 수정·보완

1 다음 글을 읽고 주어진 질문에 대한 답을 영어로 쓰시오. [총 15점]

Self-reflection is such an important part of endurance sports. However, it is not fair to blame your past self for what your present self now knows. It's very easy to look back to say that you could have done something differently and/or better in your race when you're well-hydrated, sitting down, having a low heart rate, resting in a climate-controlled environment by yourself. However, during a race, it's very different. You might be hot, your heart is racing, and you're surrounded by many other athletes. In those tough moments, it's hard to make perfect decisions.

The reality is that you can't expect *that* version of yourself to make the same decisions as the one who is sitting in comparative luxury after the fact. We cannot change the past. What we do have control over is our present. By making good choices now, you can create a better future. Thus, instead of judging your past actions in racing or lamenting that you could have done something differently, seek to be constructive for your present self. Use what you've learned to improve your training, choose better races, and plan your strategies for the future.

* lament: 한탄하다

[출처: <https://www.fullcircleendurance.com/blog/coach-tip-tuesday-fire-the-monday-morning-quarterback>] 중 발체 및 수정

1-1. 윗글을 읽고, 글의 요지를 <조건>에 맞게 완성하시오. [6점]

<조건>

- 주어진 단어를 모두 한 번씩 활용할 것(단, 필요시 단어 형태를 바꿀 수 있음).
regret / improve / instead of
- 주어진 단어 이외에 다른 단어를 추가해서 문장을 완성할 것.

We should focus on _____.

제한형 논술

- 학생 응답의 길이가 제한됨.
- 응답 양식을 조건을 통해 그 범위와, 서술 양식을 제한함.

1-2. 아래 Kate의 이메일을 읽고 조언하는 이메일을 <조건>에 맞게 작성하시오. [9점]

<조건>

- Kate의 고민과 관련된 본인의 경험이나 주변 사례를 구체적으로 제시할 것.
- 반드시 윗글의 요지를 토대로 아래 양식에 맞게 조언할 것.
(단, 주어진 글과 똑같은 표현을 4단어 이상 연달아 사용하지 말 것.)

Subject: I Feel So Down =(

Dear friend,

I can't believe how badly I messed up on the English exam last week. I spent way too much time on the reading section, and then I rushed through the grammar section. Now I just feel so stupid and disappointed in myself. If I'd just been more careful, I could have done better. Thinking about it now just makes me feel frustrated and angry. I don't even know what to do anymore.

Kate

Subject: Hello, Kate!

Dear Kate,

I totally get how you feel because I had a similar experience. _____

You did the same during your exam. Don't _____

What matters now is _____

Take care,

(Your Name)

확장형 논술

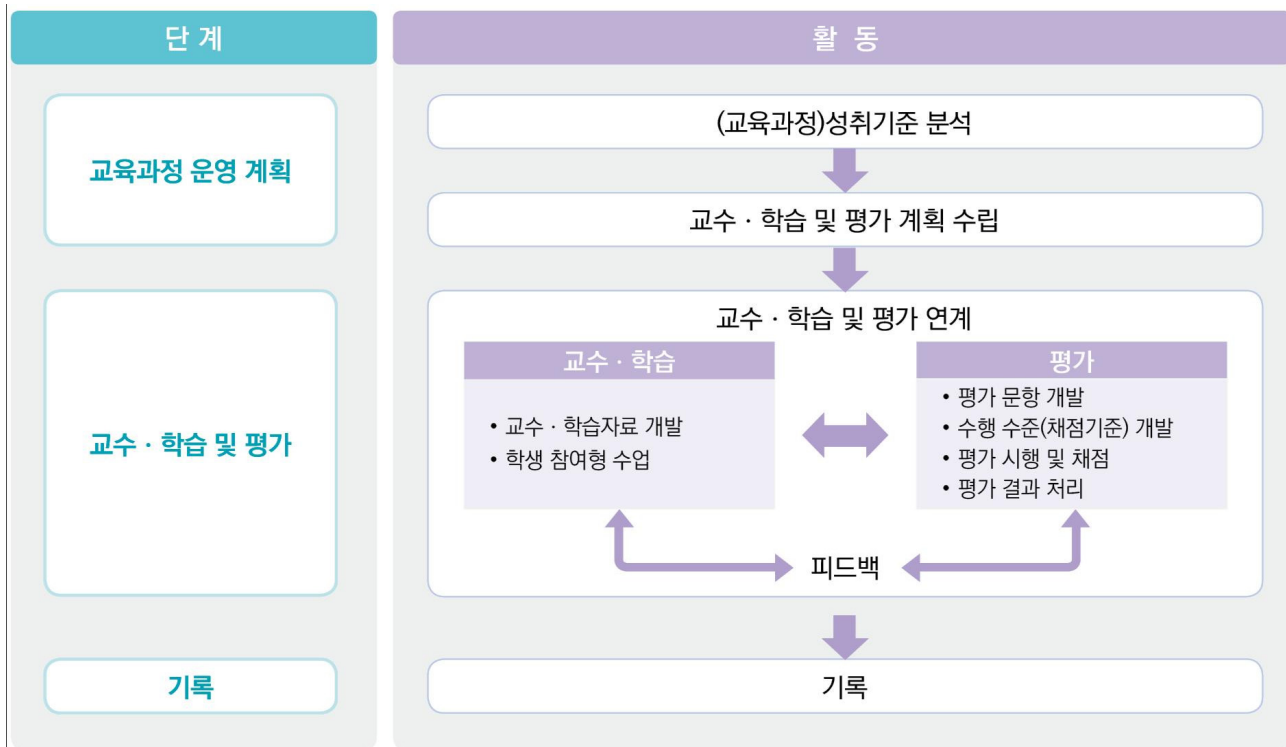
- 한 문단 이상의 자유로운 응답을 요구함.
- 응답의 자유도를 허용함.
- 의견이나 주장의 완결성, 완성도, 논리적 글쓰기를 요구함.

제한형 논술 + 확장형 논술

- 확장형 논술형 문항에서도 분량, 내용 범위, 서술 양식 등을 제한할 수 있습니다.

3 논술형 평가의 운영

- 논술형 평가는 다음과 같은 단계와 활동의 흐름을 기저로 하여 시행됩니다.



⋮

(교육과정) 성취기준 분석	• 수업과 평가가 연계되도록 성취기준 및 성취수준(평가기준) 분석
교수·학습 및 평가계획 수립	- 교육과정 분석으로 평가 요소 도출, 평가 방법 선정 등 평가 계획 및 공지하는 단계 • 성취기준 및 성취수준(평가기준)을 분석하여 학생들이 효과적으로 학습할 수 있도록 수업과 평가를 연계하여 계획하고 필요에 따라 교육과정 재구성 • 수업과 평가가 학습자의 본질적인 삶에 도달하도록 지식·이해, 과정·기능, 가치·태도의 내용 요소를 포함한 본질적 목표와 질문 설정 • 논술형 평가는 단편적 지식 암기를 요구하는 것에서 벗어나 실생활의 맥락 속에서 논리적 사고력, 창의적 사고력, 문제해결력 등의 고등사고 능력을 적용할 수 있도록 구체적인 문제 상황과 학습경험 계획
교수·학습 및 평가 연계	- 논술형 평가 문항 및 수행 수준(채점기준)을 개발하고, 평가를 시행하고 채점하는 단계 평가 문항 개발 • 성취기준 및 성취수준에 근거하여 수업과 평가가 연계되도록 학습 요소 추출 • 학생들의 성취수준을 점검할 수 있는 문항으로 개발 • 평가 문항은 수업 맥락, 학습자 맥락(발달, 유의미성)을 고려하여 수업과 연계되어 수행될 수 있도록 구안 • 종합적 사고력을 타당하고 신뢰성 있게 평가할 수 있도록 도구 개발에 대해 교과(학년)협의회에서 충분히 협의

교수·학습 및 평가 연계	채점기준표 개발 • 과제의 특성, 교수·학습에서의 활용도, 채점의 객관성 등을 고려하여 채점기준표는 분석적 채점과 총체적 채점기준 중 과제의 특성에 맞게 개발 • 채점기준표의 수행 수준(채점기준)은 학생들의 수행을 변별할 수 있도록 구체적으로 기술 • 평가 문항과 채점기준표 개발 및 검토·수정·보완 과정은 성적 산출을 같이하는 교사 간의 공동 작업으로 운영 • 평가 문항 및 수행 수준(채점기준)이 확정된 다음에는 평가 요소와 채점기준표를 학생과 학부모에게 공지 평가 시행 및 채점 • 평가를 시행하고 채점하는 단계 평가 결과 처리 • 평가 결과를 공식적으로 처리하는 단계 • 결과 산출 및 성적 부여
피드백 및 기록	- 교수·학습 과정과 결과에서 다양한 학습의 증거를 활용하여 학생에게 정보를 제공하고 성공적 학습에 이르도록 돕는 단계 • 학습 향상과 교수·학습 개선의 핵심으로서 피드백의 중요성에 대한 인식 제고 - 교사의 입장에서 평가 요소를 기준으로 학생의 학습 정도를 파악하여 학생이 개선할 수 있는 기회 제공 - 학생 입장에서 피드백을 통해 자신의 사고 과정을 성찰하고 발달시키는 자기주도적 학습 능력이 형성될 수 있도록 유도 • 학생의 수행 결과뿐만 아니라 수행 과정(문제 풀이 과정)에 대해서도 함께 제공 • 교사 평가 및 동료 평가, 자기 평가 등 다양한 평가 방법과 피드백 활용 - 성취기준에 대한 도달 정도 및 강·약점을 파악하고 교수·학습 전반을 점검하여 학생의 학습과 성장 내용을 구체적으로 기록함.

4 논술형 평가 문항 제작 절차

가. 논술형 평가 문항 제작 계획

- 논술형 평가를 시행하기에 앞서 어떠한 성취기준에 대해서 어떠한 내용을 평가할 것인지를 계획합니다.
- 논술형 평가 계획을 수립하기 위해서 교육과정 성취기준과 성취수준에 대한 이해가 필요합니다.

1) 성취기준 및 성취수준 분석하기

- 성취기준, 성취기준별 성취수준, 영역별 성취수준, 학기 단위 성취수준 등을 확인합니다.
- 학생이 해당 교과 수업에서 얻어야 할 ‘지식·이해, 과정·기능, 가치·태도’를 확인합니다.
- 수업 목표와 수업 요소, 평가 목표와 평가 요소 등 수업과 평가에서 다룰 목표와 내용의 범위와 수준을 확인합니다.

성취기준	성취기준별 성취수준	
[10공국1-05-02] 갈래에 따른 형상화방법의 특성을 고려하며 작품을 수용한다.	A	서정, 서사, 극, 교술 갈래에 따른 형상화 방법의 특성을 파악하고, 갈래적 특성이 작품의 주제 전달에 미치는 효과를 예를 들어 설명하며 작품을 주체적으로 수용할 수 있다.
	B	서정, 서사, 극, 교술 갈래에 따른 형상화 방법의 특성을 파악하고, 갈래적 특성이 작품의 주제 전달에 미치는 효과를 설명하며 작품을 수용할 수 있다.
	C	서정, 서사, 극, 교술 갈래에 따른 형상화 방법의 특성을 이해하고, 갈래적 특성이 작품의 주제 전달에 미치는 효과를 고려하며 작품을 수용할 수 있다.
	D	서정, 서사, 극, 교술 갈래에 따른 형상화 방법의 특성을 부분적으로 이해하고, 갈래적 특성을 고려하며 작품을 제한적으로 수용할 수 있다.
	E	서정, 서사, 극, 교술 갈래에 따른 형상화 방법의 특성을 부분적으로 이해하며 작품을 읽는다.
↓		
지식·이해	과정·기능	가치·태도*
• 서정, 서사, 극, 교술 갈래 • 형상화 방법	• 갈래적 특성 이해하기 • 주제 전달에 미치는 효과 설명하기 • 작품 주체적으로 수용하기	• 주체적으로 참여하기

※ 이탤릭체는 지식·이해, 밑줄은 과정·기능에 해당함.

* 영역별 성취수준과 성취기준별 성취수준, 성취기준 해설, 성취기준 적용 시 고려 사항 등을 참고하여 성취기준의 문면에 드러나지 않은 가치·태도를 도출할 수 있음.

2) 평가 요소 도출

- 평가 요소는 성취기준 및 성취수준 분석을 통해 도출합니다.
- 평가 요소는 학생이 주도적으로 반응할 수 있는 지시어를 명사형 어구 ‘-하기’로 사용합니다.
- 평가 목표와 특성을 반영한 평가 요소를 기반으로 수업을 설계합니다.

평가 요소	• 수필의 특징을 이해하여 작품 구성에 따른 내용 정리하기 • 수필의 형상화 방법을 고려하여 작품 주체적으로 수용하기
-------	--

예시 평가 요소와 연계한 수업 내용

수필의 특징 이해/ 수필의 형상화 방법 이해/ 작품을 주체적으로 수용하는 태도

3) 평가 방법 선택하기

- 학생들이 해당 성취기준에 도달하기 위한 학습 과정에서 학생들이 알게 된 것과 할 수 있게 된 것을 평가할 때, 어떠한 평가 유형과 방법을 활용할 것인지 판단합니다.
- 평가 요소 및 수업 내용을 고려하여 지필평가와 수행평가에 적절한 평가 방법을 선정합니다. 구체적인 사례는 다음과 같습니다.

성취기준	평가 요소	평가 방법
[10공국1-05-02] 갈래에 따른 형상화 방법의 특성을 고려하며 작품을 수용한다.	• 수필의 특징을 이해하여 작품 구성에 따른 내용 정리하기 • 수필의 형상화 방법을 고려하여 작품 주체적으로 수용하기	• 논술형 평가(지필평가) • 논술형 평가(수행평가)

나. 논술형 평가 문항 제작

1) 문항 구성 요소 이해하기

- 논술형 평가 문항은 ‘발문(직접/간접), 보기 또는 자료(지문, 그림, 그래프, 통계 등), 조건’ 등으로 구성할 수 있습니다.
- 문항 구성 요소의 제시 순서는 교과목과 학습 영역(내용, 행동)의 특성에 따라 달라질 수 있습니다.
- 논술형 평가 문항은 평가 문항을 이루는 구성 요소들의 조합을 통해 만들어지므로, 평가 문항의 구조를 분석하려면 먼저 평가 문항을 이루는 요소와 특징을 파악해야 합니다.
- 평가 문항을 제작하면서, 형식의 안전성, 완결성, 균형성도 중요합니다. 따라서, 문항의 구성 요소를 선정하여 조합한 문항의 구조를 분석하는 것은 문항 출제의 안정성과 문항에 대한 학생들의 반응 예측 가능성을 높여 줄 수 있습니다.

문항 구성 요소	제시 방법 및 유의 사항
발문	• 문두에 제시하여, 학생이 ‘무엇’에 대해 ‘어떻게’ 응답해야 하는지 분명하게 알 수 있도록 작성 • 측정하고자 하는 능력이 분명하게 드러나는 ‘반응 지시어’ 활용 예) 작품에서 확인할 수 있는 수필의 특성을 설명하고, 내용과 형식을 근거로 작품의 형상화 방법에 대해 평가하십시오.
보기 또는 자료	• 문제 상황을 분명히 파악하고, 구체적인 답안 작성에 도움이 되도록 제시 • 자료와 발문이 상호 긴밀히 연관되고, 신뢰성과 정확성에 유의하여 활용 • 문제해결 시간을 고려하여 과다한 양의 정보가 포함되지 않도록 유의
조건	• 학생이 반응해야 할 내용과 형식상 범위를 적절하게 한정 • 조건에 정답 전체 또는 정답의 일부가 암시되지 않도록 주의 • 정답 인정 범위가 모호하지 않도록 문제해결에 필요한 사항 포함 예) 자료에서 찾아 쓸 것. 사례를 구체적으로 제시할 것

5 채점기준표 작성

가. 채점기준표의 개념

- 채점기준표는 교사가 평가 과제에 대한 학생들의 성취 정도를 질적으로 평가할 수 있도록 성취수준을 참고하여 작성한 것입니다. 학생의 과제 수행 결과를 채점하는 평가 요소의 평정 수치나 범주를 포함하며, 평가 요소별 수행 수준(채점기준)을 구체적인 언어로 진술한 것입니다.

나. 채점기준표에 반영해야 할 요소

- 채점기준표에는 ‘평가 요소’, ‘평가 요소별 척도’, ‘수행 수준(채점기준)’ 등이 제시되어야 합니다.

구성 요소	방법
평가 요소	성취기준을 바탕으로 하되, 문항에 맞게 구체화하여 제시
평가 요소별 척도	학생이 응답한 내용을 질적 특성에 따라 구분·분류하기 위해서 숫자나 명칭을 부여한 것. 흔히 점수, 상/중/하, A/B/C/D/E, P/F 등의 방식을 사용
수행 수준(채점기준)	학생이 응답한 내용이 어떠한 척도에 해당하는가를 판단하기 위한 기준으로서 해당 척도에서 보일 수 있는 일반적인 정보를 진술

- 논술형 평가의 신뢰도를 확보하기 위해서는 정확한 수행 수준(채점기준)을 마련하는 것이 중요합니다.
- 논술형 평가 문항의 ‘조건’에 포함된 제한 요소들은 수행 수준(채점기준)에 포함하여 공정성을 확보하는 것이 중요합니다.

다. 채점기준표 활용의 의의

교사	• 채점의 일관성, 타당성, 공정성을 높일 수 있습니다. • 교사가 학생의 수행 수준(채점기준)에 대해 이해할 수 있습니다. • 교사가 학생들에게 수행하도록 가르치거나 평가할 것을 구체적으로 제시하므로 수업 개선에 도움을 줍니다. • 채점기준표에 기술된 수행 수준(채점기준)과 학생이 실제로 수행하는 과정이나 결과를 비교하여 학생에게 즉각적인 피드백을 제공함으로써 교사와 학생 간 의사소통을 용이하게 합니다.
학생	• 학습 목표를 명확히 인식하므로 자기주도적으로 학습을 점검하여 학습의 효과를 높입니다. • 채점기준표를 활용하여 적시에 의미 있는 피드백을 받고, 이를 반영하여 효과적인 학습 계획을 수립할 수 있습니다. • 채점기준표와 자신의 답안을 비교하며 자기 평가를 수행함으로써 논리적 사고력을 키우고 학습의 방향성을 명확히 할 수 있습니다.

라. 채점기준표 검토하기

- 논술형 평가는 ‘수행 수준(채점기준)에 근거한 전문가의 판단’에 의한 평가입니다.
- 따라서 논술형 평가의 객관성과 투명성을 높이기 위해서는 교과협의회에서 교과담당교사들이 평가 문항과 수행 수준(채점기준), 채점 결과를 상호 검토 및 수정하는 과정이 반드시 필요합니다. 또한 논술형 평가의 채점기준표를 작성할 때에는 각 수준의 기대수행이 명확하고 구체적으로 진술되어 있는지 확인해야 합니다. 그리고 특성을 고려하여 예시답안, 인정답안 등의 범위를 설정해야 합니다.

타당성	• 평가 요소 추출이 타당한가? 평가 요소는 성취기준에 기반하여 추출해야 합니다. 성취기준의 내용과 무관한 평가 요소는 성취기준의 도달 여부를 판단하는 근거로 삼기 어렵습니다. • 세부 내용이 평가 요소에 근거하여 학생의 수행 수준(채점기준)을 구별하는가? 수행 수준(채점기준)이 평가 요소를 충분히 반영하지 않을 경우 성취기준과 동떨어진 평가를 하게 됩니다. 그러므로 평가 요소에 따른 수행 수준(채점기준)을 마련하여야 올바른 성취평가제가 운영될 수 있습니다.
배점	• 평가 요소별 비중을 고려한 배점인가? 성취기준에서 평가 요소가 차지하는 중요도를 기반으로 배점을 배분하는 것이 좋습니다. 일부 평가 요소의 배점을 과도하게 부여한다면 평가의 공정성 및 타당성을 기대하기 어렵습니다. • 배점에 대한 세부적인 내용진술이 타당하고 수행 수준(채점기준)의 구분이 명료한가? 채점기준 내용 진술이 배점 급간 및 부분 점수에 대한 근거를 충분히 반영하고 있는지를 확인할 필요가 있습니다. 기준이 모호하면 신뢰도와 타당도에 대한 문제가 발생할 수 있습니다.
배타성/포괄성	• 수행 수준(채점기준)은 배타성과 포괄성을 갖추고 있는가? 배타성은 평가 요소와 채점기준이 학생들의 수행 수준(채점기준)을 명확히 변별할 수 있도록 구분되어야 함을 의미하며, 포괄성은 문항에서 평가하고자 하는 능력을 빠짐없이 포함해야 한다는 것을 뜻합니다.
명확성	• 동일한 학생의 답안을 복수의 교사가 동일한 채점기준표로 채점할 때 비슷한 결과가 나오는가? 채점기준표에 기술된 내용은 교사나 학생, 다른 누가 읽어도 그 해석이 같아야 합니다. • 평가 요소별 수행 수준(채점기준)에 따라 학생들의 답안지 예시를 찾아 제시할 수 있는가?
실용성	• 교사와 학생이 이해하고 활용하기 쉬운가? • 교사가 교육적 의사 결정을 하는 데 필요한 정보를 주는가? • 학생이 학습목표를 성취해 가는 과정에서 피드백을 줄 수 있는가? • 학습을 위한 평가로서 교수·학습을 지원하는 역할을 할 수 있는가? • 평가 과제에 대한 학생들의 수행 과정과 최종 성취도를 평가하는 데 활용할 수 있는가?
문항 기술적 측면	• 채점 신뢰도가 높은가? • 채점기준표에 사용된 어휘나 문장이 일반적인 교실의 다양한 학생들에게 적합한가? • 채점기준표의 내용에 편파적인 것은 없는가? • 수행 수준(채점기준)을 기술한 문장이 학생의 가치를 판단하지는 않는가? • 문항의 발문에 사용한 용어, 표현 방식, 맞춤법 등에 오류가 없는가?





2부

교과별 논술형 평가 문항 예시

📢 자료집을 읽는 눈	20
• 수학(중학교)	28
• 수학(고등학교)	98

자료집을 읽는 눈

최근 ‘학습으로서의 평가’가 강조되면서 학생의 성장과 발달을 돕고, 사고력과 문제해결력 등 미래사회에 필요한 역량을 종합적으로 평가하는 방안으로 논술형 평가의 확대가 논의되고 있습니다. 특히 현행 입시 제도와 직결되는 내신 평가에서 논술형 평가의 신뢰성과 공정성을 유지하면서 학생들의 고등 사고력을 측정할 수 있는 문항 출제에 관한 고민이 필요한 시점입니다.

이에 본 자료집은 학생들의 고등 사고력을 평가할 수 있는 논술형 평가 문항을 개발하고자 하였습니다. 또한 학습의 과정으로서 학생의 성장을 지원하는 과정중심의 평가를 지향하였습니다. 특히 성취평가제의 취지에 맞춰, 학생이 ‘무엇을’, ‘어느 정도’ 성취했는지를 평가할 수 있는 논술형 평가 문항을 제작하였으며, 이를 통해 학생의 고차적 사고력을 측정하고 학습 과정을 지원하고자 하였습니다.

성취평가제의 취지를 살리는 논술형 평가 문항을 제작하기 위해 다음 사항을 고려하였습니다.

- 각 교과목의 성취기준을 분석하여 학생들이 도달해야 할 목표 설정
- 평가 요소에 기반하여 과정중심평가를 위한 수업 설계로 학생들의 학습 과정 지원
- 성취평가에 기반하여 성취수준을 고르게 점검할 수 있도록 문항 개발
- 학생의 다양한 수준의 역량을 평가하기 위하여 문항과 수행 수준(채점기준) 개발
- 평가 과정에서 학생의 수준을 확인하고, 결과를 바탕으로 학생의 성장을 돕는 피드백 계획
- 고등학교 경우 최소 성취수준 보장을 위해 최소 능력의 수행 특성 진술을 문항 개발에 활용



성취기준 및 성취수준을 분석한 논술형 문항 개발

성취평가는 각 성취수준을 골고루 점검할 수 있는 평가도구 개발이 중요합니다. 성취기준에 근거하여 학생들의 성취수준을 신뢰할 만하고 타당하게 판별하기 위해서는 모든 성취수준을 점검할 수 있는 평가도구가 개발되어야 합니다. 논술형 평가도 그러한 성취평가의 취지에 부합하도록 평가 문항을 제작합니다. 본 자료집은 성취기준을 분석하여 성취기준에 도달하기 위한 과정에서 필요한 능력을 평가 요소의 형태로 구체화하여, 학생의 성취수준 도달 여부를 판단하기에 타당한 문항을 개발하였습니다.

특히, 수준별 대표 문항은 해당하는 학생들이 문항별 만점을 받을 확률이 50%가 되도록 설계하고자 하였습니다. 논술형 평가 문항의 채점 신뢰도를 높이고, 학생의 수행 정도를 판단할 수 있도록 구체적인 수행 수준(채점기준)과 예시답안을 함께 개발하였습니다. 고등학교의 경우 성취 수준이 개발되지 않은 과목은 성취기준 및 성취 수준 개발 원리를 참고하여 성취기준 및 성취수준별로 진술하여 문항을 개발하였습니다.



최소 능력의 수행 특성을 활용한 논술형 문항 개발

고등학교의 경우, 2025학년도 고등학교 1학년부터 전면 도입되는 고교학점제에서 과목별로 학업성취율 40% 미만 또는 과목 출석률이 2/3 미만이면, 과목 이수기준에 미도달하여 해당 과목을 미이수한 것으로 간주합니다. 따라서 최소 성취수준 도달 확인을 위한 논술형 평가 문항을 개발하기 위해서는 성취율 40% 이상 60% 미만에 해당하는 학생들의 성취 특성을 밝히는 ‘최소 성취수준 진술문’ 확인이 필요합니다. 특히 최소 성취율 40%에 해당하는 최소 능력의 수행 특성을 활용하여 교수·학습을 설계하고, 논술형 평가를 시행합니다.

최소 능력의 수행 특성을 활용한 논술형 평가 문항 제작 시 다음의 사항을 고려하였습니다.

- 최소 성취수준 도달을 확인하는 문항 개발 시, 성취기준별 성취수준을 참고하여 관련 내용 요소를 확인하고 선수학습 내용 요소와의 관계, 교과서 기초 문제 등을 활용
- 최소 성취수준 보장을 위한 논술형 평가를 실시할 경우, ‘최소 능력의 수행 특성’에 해당하는 문항을 포함하여 E 수준 학생들이 수행할 수 있는 문항 개발
- ‘최소 능력의 수행 특성’에서 제시한 수행 수준(채점기준)을 논술형 평가의 성취율 40%에 해당하는 점수와 연결하되, 최소 능력의 수행 특성을 보이지 않는 학생이 기본점수만으로도 성취율 40%에 도달하는 것을 지양



성취수준에 기반한 채점기준표 작성

논술형 평가 문항에서 성취기준, 성취기준별 성취수준, 영역별 성취수준 등은 학생들의 답안을 채점하기 위한 기준을 설정하는 데 준거로 활용할 수 있습니다. 본 자료집은 채점기준표를 작성하면서, 해당 준거들을 학생들의 수행 질을 어떤 기준으로 판단해야 하는지에 대한 안내이자 채점기준의 구체적인 내용을 도출하는 근거로 활용하였습니다. 채점기준표 작성 시, 논술형 평가에서 측정하고자 하는 평가 요소와 요소별 수준(척도, 배점), 각 수준에 대한 수행 특성이 제시된 진술문으로 구성하였습니다. 채점기준표의 수준(척도, 배점)은 성취기준별 성취수준, 영역별 성취수준, 학기 단위 성취수준(A~E) 등과 연계될 수 있도록 구분하였으며, 학생들의 풀이 과정이나 수행 정도를 잘 변별할 수 있도록 구성하였습니다.

성취수준을 활용하여 논술형 평가 문항의 수행 수준(채점기준)을 작성할 때, 다음을 고려하였습니다.

- 성취기준별/영역별 성취수준과 연계하여 평가 과제에 맞는 수행 특성 진술
- 영역별 범주(지식·이해, 과정·기능, 가치·태도) 또는 성취기준에서 평가 요소를 설정하고 평가 요소 전체 또는 평가 요소별로 수행 특성을 수준에 따라 진술
- 평가 요소별로 수준이 나뉘도록 차이를 명확히 구분하며, 수준의 수는 3~6개 정도가 적절함.
- 성취수준과 수행 수준(채점기준)의 척도(배점)가 반드시 1:1 대응될 필요는 없음.
 - 예를 들어, 성취수준이 5단계라도 수행 수준(채점기준) 척도(배점)는 3단계로 설정 가능



자료집 구성 미리보기

1 평가 개요

1 학교급		학년	
2 과목명		3 영역	
4 성취기준	5 성취기준별 성취수준		
	A		
	B		
	C		
	D		
	E		
	A		
	B		
	C		
	D		
	E		
6 최소 능력의 수행 특성			
7 평가 요소			
8 수행 과제			
9 평가 유형			배점
10 논술형 평가 제작 의도 (출제 의도)			

2 수업 계획 및 흐름도

	1~2차시	3~5차시	6~10차시	11차시
1 수업 흐름도				
2 평가 방법				
3 수업-평가 연계 주안점				

• **[평가 개요]**는 교과목의 성격 및 성취기준에 따라 성취 내용을 확인하여 작성하였습니다.

① 학교급: 해당 평가 과제가 적용되는 학교급

② 과목명: 해당 학년이 배우는 교과목

③ 영역: 해당 논술형 평가의 수행 과제가 포함된 학습 내용으로 교육과정 내용 체계의 영역

④ 성취기준: 해당 논술형 평가의 수행 과제의 근거가 되는 성취기준

⑤ 성취기준별 성취수준: 해당 논술형 평가의 수행 과제가 근거하고 있는 성취기준별 성취수준
 - 성취기준 및 성취수준(평가기준)은 논술형 평가 문항과 연계된 내용을 제시함.
 ※ 2022 개정 교육과정에서는 '성취수준'으로 제시하였고, 2015 개정 교육과정에서는 '평가기준'으로 제시

⑥ 최소 능력의 수행 특성: 교육목표에 비추어 학생이 알아야 할 것과 할 수 있는 것의 내용과 범위를 제시한 성취기준에 최소한으로 도달한 정도로 성취율 40%에 도달한 상태. 성취수준 E에 가까스로 도달한 학업성취율 40%의 학생들이 수행할 수 있는 특성
 ※ 최소 능력의 수행 특성은 고등학교에만 해당되며, 최소 성취수준을 고려한 논술형 평가 문항을 제작할 때를 고려하여 제시

⑦ 평가 요소: 교육과정 성취기준 도달의 증거로, 학생들이 보여주기를 기대하는 핵심 내용을 구체적으로 기술한 평가 내용을 의미하며, 성취기준 또는 성취수준을 분석하여 도출한 해당 논술형 문항을 평가하는 요소임. 학생들의 수행 정도를 판단할 수 있도록 지식·이해, 과정·기능, 가치·태도와 같은 구체적인 내용으로 기술

⑧ 수행 과제: 해당 논술형 평가의 과제명으로 발문을 바탕으로 학생이 작성해야 하는 응답의 내용 등이 제시되는 것

⑨ 평가 유형: 해당 문항의 유형(지필평가 논술형 혹은 수행평가 논술형)

⑩ 논술형 평가 제작 의도(출제 의도): 해당 문항을 수업에 활용할 수 있는 방안과 활용 시 고려 사항을 제시하여 수업과의 연계성을 밝히고, 성취기준에 근거한 평가할 내용을 도출하여 각 수준을 판별하기 위한 평가 문항 제작 의도를 제시

• **[수업 계획 및 흐름도]**에서는 논술형 평가 문항과 수업의 연계성을 밝히고, 수업과 평가 연계의 주안점을 통해 학생들이 과제를 해결하는 과정을 안내하였습니다.

① 수업 흐름도: 논술형 평가가 과정중심 평가로 운영될 수 있도록 논술형 평가 시행을 준비하는 수업 운영 과정을 제시함. 수업 운영 과정에서 학생들이 논술형 평가 문항 해결을 위한 배경 지식을 쌓는 단계, 논제 분석과 아이디어를 정리하는 과정, 초안 작성 및 피드백 과정을 반영

② 평가 방법: 해당 논술형 평가 문항을 해결하는 과정에서 활용되는 다양한 평가 방법을 제시

③ 수업-평가 연계 주안점: 학생이 자신의 학습을 점검 및 개선하는 성찰의 과정을 제공하는 과정중심 평가로 잘 구현되기 위해 고려할 사항을 제시함. 학생들이 논술형 평가 문항을 해결하도록 할 때, 특히 관심을 가져야 할 사항을 중점으로 기술

3 평가 문항



문항 정보

1

2 문항	교과 역량	성취기준	평가 요소
1-1			

평가 문항

1-1 다음 글을 읽고, 물음에 답하시오. [총 14점]



채점기준표

3

문항	4 평가 요소	5 척도/배점	6 수행 수준(채점기준)



채점 시 유의점

7

·
·



예시답안

8

문항	예시답안



피드백 시 유의점

9

·
·
·

• [평가 문항]에서는 문항 정보와, 채점기준표를 제시하였습니다.

➔ ① 문항 정보: 평가하고자 하는 해당 문항에 대한 교과 역량과 성취기준 및 평가 요소를 제시

➔ ② 문항: '발문', '조건', '문항 자료' 등을 구성 요소로 제시하고 있으며, 교과목의 문항별 성격에 따라 구성 요소를 분리 또는 결합한 형식으로 제시

➔ ③ 채점기준표: '평가 요소에 따른 척도별 수행특성 진술' 방식이나 '문항 중요도에 따른 배점별 특성 진술' 방식을 활용

➔ ④ 평가 요소: 성취기준 및 성취수준에 근거하여 도출하여 제시

➔ ⑤ 척도/배점: 학생이 응답한 내용을 질적 특성에 따라 구분·분류하기 위한 숫자나 명칭으로 각 수준별 점수로 제시하거나, A~E(A~C)로 제시

➔ ⑥ 수행 수준(채점기준): 학생이 응답한 내용이 어떠한 수준에 해당하는가를 판단하기 위한 기준. 해당 수준에서 보일 수 있는 일반적인 기대 수행에 대한 정보를 진술하되, 수준별로 질적으로 차이가 드러나도록 진술
 - '평가 요소별' 혹은 '문항의 중요도'에 따라 '척도/배점'을 달리하는 분석적 루브릭 및 총체적 루브릭을 제시하여 수행 수준으로 제시함.
 ※ '척도'로 제시한 경우는 성취평가에 기반하여 성취수준을 준거로 활용하여 수행 수준(채점기준)을 작성하는 사례를 보여 줌. 각 수준별 최소 능력자의 특성을 고려하여 진술한 것으로 성취수준과 반드시 일대일 대응되는 것은 아님.
 ※ '배점'으로 제시한 경우는 실질적으로 학교 현장에서 활용하는 방식을 사례로 보여 줌. <조건>에서 요구하는 내용을 배점별로 진술하였거나, 평가 요소에 따라 각 배점별로 양적 및 질적 차이를 고려하여 진술함.

➔ ⑦ 채점 시 유의점: 채점 시 고려해야 하는 점으로 문항별 답안 인정 여부에 대한 내용을 포함하여 제시

➔ ⑧ 예시답안: 학습자들의 결과물과 교사가 제시하는 답안 등을 제시하며, 성취기준 및 성취수준에 근거하여 수행 과제에 대한 예시답안 제시

➔ ⑨ 피드백 시 유의점: 해당 교과목의 성취기준을 확인하고, 내용과 문항의 난이도, 성취수준 부합 정도를 고려하여 평소 수업 시간에 학생을 관찰한 내용을 고려하도록 제시

※ 기타사항

- 평가 요소별 수행수준: 성취기준 분석을 통해 도출한 평가 요소에 대해 성취수준을 반영한 수행 수준 기술
- 채점 요소: 학생이 작성한 응답을 채점할 때 어떤 측면에 중점을 두어 채점할 것인지를 구체적으로 기술한 내용

2022 개정 교육과정 평가 문항 개요 예시 (2025학년도 1학년)

학교급	고등학교	학년	1학년	학기제 운영
과목명	공통영어1	영역	표현	영역 : 교과외 성격을 가장 잘 나타내주는 최상위의 교과 내용 범주
성취기준	성취기준별 성취수준			2022 개정 교육과정의 성취기준별 성취수준 - 수업-평가-피드백의 준거(기준)이 됨. - 2015 개정 교육과정의 평가기준은 평가의 준거로써만 사용되었다면 성취기준별 성취 수준은 수업-평가-피드백의 준거로 사용되면서 성취수준을 활용하여 수업 목표를 설정하고, 수업을 운영하고, 성취수준 도달 정도를 판별하는 문항을 제작하고, 학생의 성취 수준 판별시 중요하게 활용됨. 또한 성취 수준을 준거로 학생 성장을 구체적으로 피드백 할 수 있음.
[10공영1-02-04] 자신의 생각이나 의견, 감정, 감상 등을 표현한다.	A	자신의 생각이나 의견, 감정, 감상 등을 다양하고 적절한 어휘와 언어 형식을 활용하여 명확하게 표현할 수 있다.		
	B	자신의 생각이나 의견, 감정, 감상 등을 다양하고 적절한 어휘와 언어 형식을 활용하여 비교적 명확하게 표현할 수 있다.		
	C	자신의 생각이나 의견, 감정, 감상 등을 적절한 어휘와 언어 형식을 활용하여 대략적으로 표현할 수 있다.		
	D	자신의 생각이나 의견, 감정, 감상 등을 적절한 어휘와 언어 형식을 활용하여 부분적으로 표현할 수 있다.		
	E	자신의 생각이나 의견, 감정, 감상 등을 주어진 어휘와 언어 형식을 활용하여 제한적으로 표현할 수 있다.		
[10공영1-02-06] 어휘나 표현을 점검하여 내용을 명확하게 전달한다.	A	말이나 글의 어휘나 표현을 점검하여 다양하고 적절한 어휘와 언어 형식으로 내용을 명확하게 전달할 수 있다.		
	B	말이나 글의 어휘나 표현을 점검하여 다양하고 적절한 어휘와 언어 형식으로 내용을 비교적 명확하게 전달할 수 있다.		
	C	말이나 글의 어휘나 표현을 점검하여 적절한 어휘와 언어 형식으로 내용을 대략적으로 전달할 수 있다.		
	D	말이나 글의 어휘나 표현을 점검하여 적절한 어휘와 언어 형식으로 내용을 부분적으로 전달할 수 있다.		
	E	말이나 글의 어휘나 표현을 점검하여 주어진 어휘와 언어 형식으로 내용을 제한적으로 전달할 수 있다.		
최소 능력의 수행 특성	- 예시를 참고하여 자신의 생각이나 의견, 감정을 주어진 어휘와 언어 형식으로 짧고 간단하게 표현할 수 있다. - 예시를 참고하여 말이나 글의 어휘나 표현을 일부 점검하고 주어진 어휘와 언어 형식으로 내용을 짧고 간단하게 전달할 수 있다.			
평가 요소	- 자신의 생각과 의견 표현하기 - 적절한 어휘와 언어 형식을 활용하기			교육과정 성취기준 분석 및 내용 요소(지식·이해, 과정·기능, 가치·태도) 확인 - 교육과정에 제시된 교육 내용을 반영하여 주제 선정 - 내용 요소에 적합한 평가 요소 도출평가 요소 - 2022 개정 교육과정에서는 성취평가제에 기반하여 평가 문항 출제 시, 각 성취수준 도달 여부를 판단하기에 적합한 난이도로 출제함.
수행 과제	환경 문제에 대한 걱정과 의무 표현하기			
평가 유형	지필평가 논술형	배점	8	
논술형 평가 제작 의도 (출제 의도)	- 본 문항은 성취수준 B를 고려하여 출제한 것으로, B 수준의 학생들이 주어진 사진을 보고 환경 문제에 대한 걱정과 이를 해결하기 위한 도덕적 의무를 나타내는 글을 쓸 수 있도록 설계하였다. - 최소 능력의 판별을 위하여 걱정을 나타내는 표현과 도덕적 의무를 나타내는 표현을 수업 시간에 안내하고 반복 학습할 수 있도록 안내한다. 지필평가 논술형 문항에서 학생들이 걱정을 나타내는 표현과 도덕적 의무를 나타내는 표현을 정확하게 이해했는지 확인하도록 하였다.			

2015 개정 교육과정 평가 문항 개요 예시 (2025학년도 2,3학년)

학교급	고등학교	학년	2학년
과목명	영어II	영역	쓰기, 말하기
- 2015 개정 교육과정은 성취기준을 분석하고 이에 따라 평가기준을 상, 중, 하로 나누어 진술함.	성취기준		평가기준
	[12영 II 04-02] 비교적 다양한 주제에 관하여 듣거나 읽고 간단하게 요약할 수 있다.	상	비교적 다양한 주제에 관하여 길고 복잡한 글을 듣거나 읽고 다양하고 적절한 어휘와 정확한 언어 형식을 활용하여 요약하는 글을 정확하게 쓸 수 있다.
		중	비교적 다양한 주제에 관하여 비교적 긴 글을 듣거나 읽고 적절한 어휘와 언어 형식을 활용하여 요약하는 글을 대략적으로 쓸 수 있다.
		하	비교적 다양한 주제에 관하여 짧고 단순한 글을 반복하여 듣거나 읽고 주어진 어휘와 예시문을 참고하여 요약하는 글을 부분적으로 쓸 수 있다.
	[12영 II 04-03] 비교적 다양한 주제에 관해 자신의 의견이나 감정을 쓸 수 있다.	상	비교적 다양한 주제에 관하여 다양하고 적절한 어휘와 정확한 언어 형식을 활용하여 자신의 의견이나 감정을 표현하는 글을 정확하게 쓸 수 있다.
		중	비교적 다양한 주제에 관하여 적절한 어휘와 언어 형식을 활용하여 자신의 의견이나 감정을 표현하는 글을 대략적으로 쓸 수 있다.
		하	비교적 다양한 주제에 관하여 주어진 어휘와 예시문을 참고하여 자신의 의견이나 감정을 표현하는 글을 부분적으로 쓸 수 있다.
	[12영 II 02-03] 비교적 다양한 주제에 관해 자신의 의견이나 감정을 표현할 수 있다.	상	비교적 다양한 주제에 관하여 다양하고 적절한 어휘와 정확한 언어 형식을 활용하여 자신의 의견이나 감정을 정확하게 표현할 수 있다.
		중	비교적 다양한 주제에 관하여 적절한 어휘와 언어 형식을 활용하여 자신의 의견이나 감정을 대략적으로 표현할 수 있다.
		하	비교적 다양한 주제에 관하여 주어진 어휘와 예시문을 참고하여 자신의 의견이나 감정을 부분적으로 표현할 수 있다.
	평가 요소	• 작품 내용 요약하기 • 감상평 및 추천사 작성하기 • 적절한 어휘와 정확한 어법 사용하기 • 스토리보드/PPT를 조건에 맞게 구성하고 북 트레일러를 창의적으로 제작하기 • (작품 내용, 감상평 및 추천사) 유창하게 소개하기	
수행 과제		영미 문학 작품에 대한 감상평을 바탕으로 북 트레일러 만들기	
평가 유형		수행평가 논술형	배점 20
논술형 평가 제작 의도 (출제 의도)		• 본 문항은 학생들이 문학 작품을 읽고 소설 내용을 요약한 후 인상적인 문구와 장면을 포함한 감상평과 추천사 등을 포함한 북 트레일러를 만들 수 있도록 설계하였다. • 특히 문학 작품의 장면들을 비판적으로 읽고 리딩 로고를 작성하면서 내용을 충분히 이해하고 자신의 생각을 써보게 하여 비판적·창의적 사고 역량과 심미적 감성 역량을 함양하도록 하였다. 이를 바탕으로 작품의 내용을 요약하고 인상적인 문구와 장면을 추출하여 감상평과 추천사를 작성한 후 최종적으로 북 트레일러를 제작하는 단계적인 평가 과정에서 배움과 성장을 이루어가며 자기관리 역량을 함양하도록 하였다. • 친구의 이야기를 듣고 제작한 북 트레일러를 공유하는 과정에서 여러 작품을 관심 있게 살펴보고 감상평을 주고받으며 공동체 역량을 함양하고 교사의 피드백을 통해 학생이 자신의 수행을 개선하고 성장하는 경험을 제공하였다.	

체육행사에서 발견한 부채꼴 호의 길이와 넓이 구하기

1 평가 개요

학교급	중학교	학년	1학년
과목명	수학	영역	도형과 측정
성취기준		성취기준별 성취수준	
[9수03-06] 부채꼴의 중심각과 호의 관계를 이해하고, 이를 이용하여 부채꼴의 호의 길이와 넓이를 구할 수 있다.	A	부채꼴의 중심각의 크기와 호의 길이 사이의 관계를 설명할 수 있으며, 부채꼴의 호의 길이와 넓이를 구하는 과정을 이해하고 일반화할 수 있다.	
	B	부채꼴의 중심각의 크기와 호의 길이 사이의 관계를 이해하고, 이를 이용하여 부채꼴의 호의 길이와 넓이를 구하는 과정을 설명할 수 있다.	
	C	부채꼴의 중심각의 크기와 호의 길이 사이의 관계를 이해하고, 이를 이용하여 부채꼴의 호의 길이와 넓이를 구할 수 있다.	
	D	부채꼴, 중심각, 호 등의 용어를 알고, 부채꼴의 호의 길이와 넓이를 구할 수 있다.	
	E	부채꼴, 중심각, 호 등의 용어를 알고, 안내된 절차에 따라 부채꼴의 호의 길이 또는 넓이를 구할 수 있다.	
평가 요소	• 부채꼴의 중심각의 크기와 호의 길이 사이의 관계 탐구하기 • 부채꼴의 호의 길이와 넓이를 구하는 과정 일반화하기 • 실생활에서 부채꼴의 호의 길이와 넓이 문제해결 하기		
수행 과제	체육행사에서 발견한 부채꼴 호의 길이와 넓이 구하기		
평가 유형	수행평가 논술형		배점 30
논술형 평가 제작 의도 (출제 의도)	• 본 문항은 성취수준 A~E를 고려하여 출제한 것으로, 각 수준의 학생들이 체육행사의 상황에서 문제를 해결하는 정도를 판단하는 문항임. • 1-1번 문항은 D, E 수준, 1-2, 2-1, 2-2번 문항은 B 수준의 학생들이 수학적 모델링으로 개념을 일반화하도록 설계하였으며, 3-1, 4-1번 문항은 C 수준의 학생들이 부채꼴의 호의 길이와 넓이를 구하는 개념을 이해하면 해결할 수 있는 문제로, 3-2, 3-3, 4-2번 문항은 A, B 수준의 학생들이 실생활 맥락인 체육행사의 상황에서 수학적 근거를 제시하여 판단 및 분석하는 고차원적 사고력의 신장을 확인하도록 출제함.		



평가 요소별 수행 수준

평가 요소	수준	수행 수준
부채꼴의 중심각의 크기와 호의 길이 사이의 관계 탐구하기	A	부채꼴의 중심각과 호의 길이 사이의 관계를 설명할 수 있다.
	B	
	C	
	D	
	E	
부채꼴의 호의 길이와 넓이를 구하는 과정 일반화하기	A	부채꼴의 호의 길이와 넓이를 구하는 과정을 이해하고 일반화할 수 있다.
	B	
	C	
	D	
	E	
실생활에서 부채꼴의 호의 길이와 넓이 문제해결 하기	A	수학적 근거를 바탕으로 실생활에서 부채꼴의 호의 길이와 넓이 문제를 논리적으로 해결하고 유용성을 인식한다.
	B	
	C	
	D	
	E	

2

수업 계획 및 흐름도

	1차시	2차시	3차시	4차시	5차시
수업 흐름도	수학사에서 원의 성질과 생활에서 활용되는 원의 유용성을 인식하고 원주율의 정의에서 원의 둘레(원주)와 원의 넓이를 원주율(π)로 나타내기	원 모양 색종이 접기로 부채꼴의 중심각과 호의 길이, 넓이의 관계를 탐구하고 일반적인 성질 찾기	원의 넓이와 둘레에서 부채꼴의 넓이와 호의 길이를 구하는 과정을 일반화하고 그 과정을 정당화하기	모둠에서 만든 부채꼴의 호의 길이와 넓이 문제를 해결하고 그 과정 설명하기 실생활에서 부채꼴이 활용된 사례를 찾아 발표하기	체육행사 속 부채꼴의 호의 길이와 넓이 구하기
평가 방법	.	.	구술 평가	토의·토론평가	논술형 평가
수업-평가 연계 주안점	원주율(π)로 원의 둘레와 넓이를 나타내는 과정과 실제 예로 문제해결 하기	원 모양 색종이를 활용하여 중심각과 호의 길이, 넓이 관계 탐구하기	부채꼴에서 중심각이 주어질 때 부채꼴의 넓이와 호의 길이를 수학적 모델링하기	논술형 문항 안내하기	평가를 통해 학습 과정 성찰하기

3

평가 문항



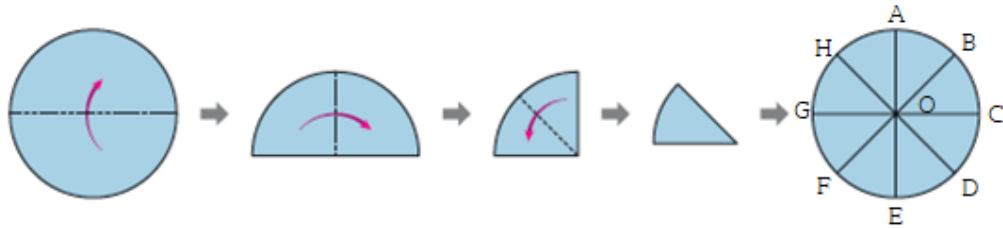
문항 정보

문항	교과 역량	성취기준	평가 요소
1	추론, 문제해결	[9수03-06] 부채꼴의 중심각과 호의 관계를 이해하고, 이를 이용하여 부채꼴의 호의 길이와 넓이를 구할 수 있다.	• 부채꼴의 중심각의 크기와 호의 길이 사이의 관계 탐구하기
2			• 부채꼴의 호의 길이와 넓이를 구하는 과정 일반화하기
3			• 실생활에서 부채꼴의 호의 길이와 넓이 문제해결 하기
4			

평가 문항

1

그림과 같이 원 모양의 색종이를 반씩 3번 접은 후 다시 펼치면 여러 개의 부채꼴 모양이 생기고, 원 O 위의 두 점 A, B가 있을 때 $\angle AOB$ 를 호 AB의 중심각이라 한다. 물음에 답하시오. [총 6점]



[그림 출처 : 수학의 발견 중 1 하권 p92]

	부채꼴 AOB	부채꼴 BOC	부채꼴 DOF	부채꼴 EOH	원 O
중심각(°)	45				360
호의 길이(cm)	3				원주 24
넓이(cm ²)		6			48

[표 1]

1-1. 각 부채꼴의 중심각과 호의 길이, 넓이를 구하여 [표 1]을 완성하시오. [3점]

1-2. [표1]에서 발견한 부채꼴의 중심각과 호의 길이, 넓이 사이의 관계를 <조건>에 맞게 두 문장으로 설명하시오. [3점]

<조건>

- 첫 문장 : '중심각의 크기가 같은 부채꼴'이라는 문장을 사용할 것
- 두 번째 문장 : '정비례'라는 단어를 사용할 것

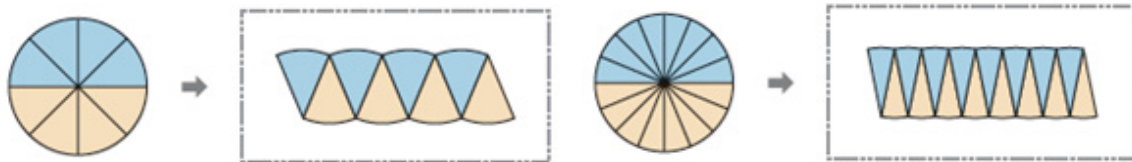
2

다음은 원주와 원의 넓이를 구하는 과정에 대한 설명이다. 물음에 답하시오. [총 10점]

원의 원주율은 원의 크기와 상관없이 항상 일정하다. 원주율을 π , 반지름을 r 이라 하면

원주율(π) = $\frac{\text{원주}}{\text{지름의 길이}} = \frac{\text{원주}}{2r}$ 이므로 원주 = $2\pi r$ 이고, 그림처럼 원을 여러 개의 부채꼴로 나누어 재배치하는 과정을 계속하면

원의 넓이는 직사각형의 넓이와 같으므로 $\pi r \times r = \pi r^2$ 이다.



[그림 출처 : 수학의 발견 중 1 하권 p94]

2-1. 부채꼴은 원의 일부이므로 다음과 같은 비례식이 성립한다. 비례식을 활용하여 부채꼴의 호의 길이 l 을 원주율 π , 반지름 r , 중심각 x° 에 대한 식으로 나타내는 과정을 설명하시오. [5점]

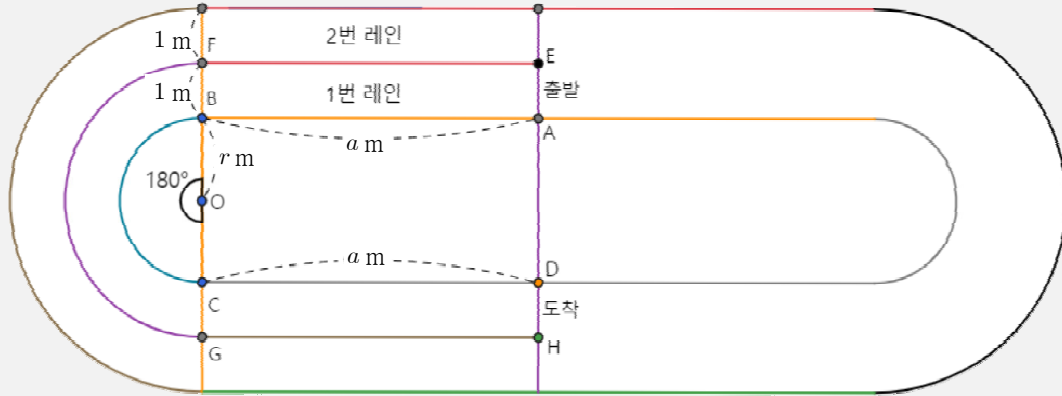
부채꼴의 호의 길이 l : 중심각 = 원주 : 360°

2-2. 부채꼴은 원의 일부이므로 다음과 같은 비례식이 성립한다. 비례식을 활용하여 부채꼴의 넓이 S 를 원주율 π , 반지름 r , 중심각 x° 에 대한 식으로 나타내는 과정을 설명하시오. [5점]

부채꼴의 넓이 S : 중심각 = 원의 넓이 : 360°

3

그림은 학급 대항 달리기 코스를 나타낸 것이다. 출발 후 직선 구간을 지나 곡선 구간을 돌고 다시 직선 구간을 달려 도착한다. 레인의 폭은 1 m , 직선 구간의 거리는 $a\text{ m}$ 이고 곡선 구간은 가장 짧은 거리인 각 레인의 안쪽 선, 즉 중심각이 180° 인 부채꼴의 호를 따라 달린다. 부채꼴 OBC 의 반지름은 $r\text{ m}$ 이다. 물음에 답하시오. [총 7점]



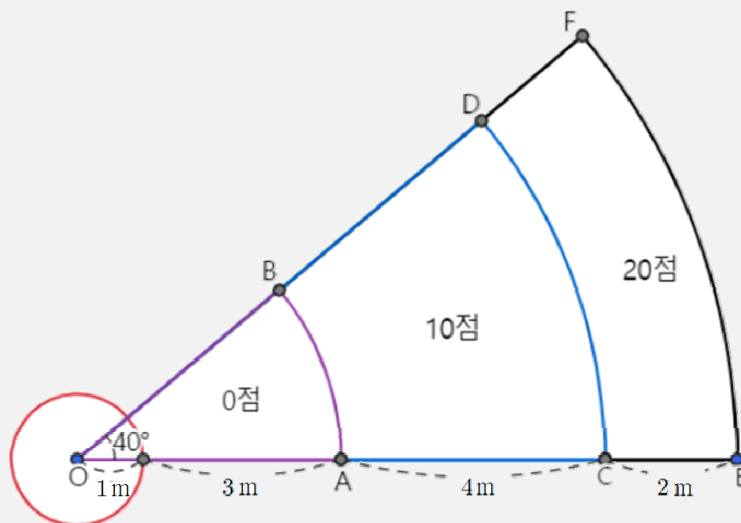
3-1. 1번 레인의 곡선 구간인 $\widehat{BC}$ 길이를 부채꼴의 반지름과 원주율 π 를 이용하여 구하시오. [2점]

3-2. 2번 레인의 곡선 구간인 $\widehat{FG}$ 길이를 부채꼴의 반지름과 원주율 π 를 이용하여 구하시오. [2점]

3-3. 1번 레인의 출발선 $\overline{AE}$ 를 기준으로 2번 레인의 출발선의 위치를 어떻게 정해야 공정한지 논술하시오. [3점]

4

체육행사 플라잉디스크 종목은 그림과 같이 반지름의 길이가 1m 인 원 O 안에서 원반을 던져 중심각이 40° 인 부채꼴 안에 넣으면 정해진 점수를 얻는 경기이다. 물음에 답하시오. [총 7점]



4-1. 중심각과 원주율 π 를 이용하여 부채꼴 OAB의 넓이를 구하시오. [2점]

4-2. 친구가 말한 내용이 옳은지 수학적 근거를 제시하여 판단하시오. [5점]

10점을 얻을 수 있는 영역의 넓이는 20점을 얻을 수 있는 영역의 넓이의 2배와 같다.





채점기준표

문항		평가 요소	채점 요소	척도/배점	수행 수준(채점기준)
1	1-1	부채꼴의 중심각의 크기와 호의 길이 사이의 관계 탐구하기	부채꼴의 중심각과 호의 길이, 넓이 구하기	3	부채꼴에서 중심각과 호의 길이, 넓이를 모두 정확하게 구함.
				2	부채꼴에서 중심각과 호의 길이, 넓이 중 일부만 정확하게 구함.
				1	부채꼴에서 중심각과 호의 길이, 넓이를 구하고자 하였으나 오류가 있음.
	1-2		부채꼴의 중심각과 호의 길이, 넓이의 관계 이해하기	3	부채꼴의 중심각과 호의 길이, 넓이 사이의 관계를 모두 정확하게 서술함.
				2	부채꼴의 중심각과 호의 길이, 넓이 사이의 관계를 부분적으로 서술함.
				1	부채꼴의 중심각과 호의 길이, 넓이 사이의 관계를 서술하는 데 어려움이 있음.
2	2-1	부채꼴의 호의 길이와 넓이를 구하는 과정 일반화하기	부채꼴의 호의 길이를 일반화하기	5	중심각이 주어진 부채꼴의 호의 길이를 일반화하는 과정을 정확하게 서술함.
				3	중심각이 주어진 부채꼴의 호의 길이를 일반화하는 과정을 부분적으로 서술함.
				1	중심각이 주어진 부채꼴의 호의 길이를 일반화하는 데 어려움이 있음.
	2-2		부채꼴의 넓이를 일반화하기	5	중심각이 주어진 부채꼴의 넓이를 일반화하는 과정을 정확하게 서술함.
				3	중심각이 주어진 부채꼴의 넓이를 일반화하는 과정을 부분적으로 서술함.
				1	중심각이 주어진 부채꼴의 넓이를 일반화하는 데 어려움이 있음.
3	3-1	실생활에서 부채꼴의 호의 길이와 넓이 문제해결하기	부채꼴의 호의 길이 구하기	2	부채꼴의 호의 길이를 정확하게 구함.
				1	부채꼴의 호의 길이를 구하는 데 오류가 있음.
	3-2		부채꼴의 호의 길이 구하기	2	부채꼴의 호의 길이를 정확하게 구함.
				1	부채꼴의 호의 길이를 구하는 데 오류가 있음.
	3-3		부채꼴의 호의 길이로 판단하기	3	부채꼴의 호의 길이를 비교하여 공정한 출발선을 정함.
				2	부채꼴의 호의 길이를 비교하여 공정한 출발선을 정하는 데 일부 오류가 있음.
4	4-1	부채꼴의 호의 길이와 넓이 문제해결하기	부채꼴의 넓이 구하기	2	부채꼴의 넓이를 정확하게 구함.
				1	부채꼴의 넓이를 구하는 데 오류가 있음.
	4-2		부채꼴의 넓이로 판단하기	5	두 부채꼴의 넓이를 정확하게 구하여 바르게 판단함.
				4	두 부채꼴의 넓이를 정확하게 구했으나 판단에 오류가 있음.
				3	두 부채꼴의 넓이 구하기에 일부 오류가 있으나 바르게 판단함.
				2	두 부채꼴의 넓이를 모두 구하지 못했으나 바르게 판단함.
1	두 부채꼴의 넓이를 구하기와 판단에 모두 어려움이 있음.				



채점 시 유의점

- 수와 식으로 표현한 문제해결 과정이 수학적으로 논리적이면 정답으로 인정함.
- 성취기준이 부채꼴의 호의 길이와 넓이 구하기이므로 단위는 평가하지 않음.



예시답안

문항		예시답안				
1	1-1		부채꼴 AOB	부채꼴 BOC	부채꼴 DOF	부채꼴 EOH
		중심각($^{\circ}$)	45	45	90	135
		호의 길이(cm)	3	3	6	9
		넓이(cm^2)	6	6	12	18
2	1-2	한 원에서 중심각의 크기가 같은 부채꼴의 호의 길이와 넓이는 같다. 한 원에서 부채꼴의 호의 길이와 넓이는 중심각의 크기에 정비례한다.				
	2-1	부채꼴의 호의 길이는 중심각에 정비례하므로 $l : x^{\circ} = 2\pi r : 360^{\circ}$ $l \times 360^{\circ} = 2\pi r \times x^{\circ}$ $l = 2\pi r \times \frac{x^{\circ}}{360^{\circ}}$				
3	2-2	부채꼴의 넓이는 중심각에 정비례하므로 $S : x^{\circ} = \pi r^2 : 360^{\circ}$ $S \times 360^{\circ} = \pi r^2 \times x^{\circ}$ $S = \pi r^2 \times \frac{x^{\circ}}{360^{\circ}}$				
	3-1	$\widehat{BC}$ 의 길이는 $2\pi r \times \frac{180^{\circ}}{360^{\circ}} = \pi r$ (m)				
4	3-2	$\widehat{FG}$ 의 길이는 $2\pi(r+1) \times \frac{180^{\circ}}{360^{\circ}} = \pi(r+1) = \pi r + \pi$ (m)				
	3-3	두 레인의 길이의 차는 π (m)이므로 2번 레인의 출발선은 1번 레인의 출발선 $\overline{AE}$ 에서 π (m)만큼 앞에 두어야 한다.				
4	4-1	부채꼴 OAB의 넓이는 $16\pi \times \frac{40^{\circ}}{360^{\circ}} = \frac{16}{9}\pi$ (m^2)				
	4-2	10점 영역의 넓이는 $64\pi \times \frac{40^{\circ}}{360^{\circ}} - 16\pi \times \frac{40^{\circ}}{360^{\circ}} = \frac{48}{9}\pi$ (m^2) 20점 영역의 넓이는 $100\pi \times \frac{40^{\circ}}{360^{\circ}} - 64\pi \times \frac{40^{\circ}}{360^{\circ}} = \frac{36}{9}\pi = 4\pi$ (m^2) 이고 (10점 영역의 넓이) $\frac{48}{9}\pi \neq 8\pi$ (20점 영역 넓이의 2배)이므로 친구가 말한 내용은 옳지 않다.				



피드백 시 유의점

- 실생활 맥락과 학습 내용을 연결하여 수학의 유용성을 인식할 수 있도록 지도함.
- 주어진 정보를 분석하여 필요한 조건을 찾고 문제해결 과정을 논리적으로 설명하도록 안내함.
- 새로운 상황에서 주어진 조건을 분석, 종합하여 수학적 근거를 제시하여 판단하고 정당화하도록 피드백함.

1 평가 개요

학교급	중학교	학년	1학년
과목명	수학	영역	변화와 관계
성취기준		성취기준별 성취수준	
[9수02-01] 다양한 상황을 문자를 사용한 식으로 나타내어 그 유용성을 인식하고, 식의 값을 구할 수 있다.		A	다양한 상황을 문자를 사용한 식으로 나타낼 수 있으며 문자의 특징을 이해하여 문자를 사용한 식의 유용성을 인식하고, 식의 값을 구할 수 있다.
		B	
		C	간단한 상황을 문자를 사용한 식으로 나타낼 수 있으며 문자를 사용한 식의 유용성을 알고, 식의 값을 구할 수 있다.
		D	
		E	문자를 사용하여 나타낸 간단한 식의 값을 구할 수 있다.
평가 요소	• 식의 값 구하기 • 식의 유용성 인식하기		
평가 유형	지필평가 논술형	배점	10
논술형 평가 제작 의도 (출제 의도)	• 본 문제는 성취수준 C 수준을 고려하여 출제된 것으로 일반화와 복잡한 분석이 가능하도록 설계함. • 1번, 2번 문항은 E 수준, 3번 문항은 C 수준의 문제로 설계함. • 3번 문제는 수학적 사고, 논리적 판단, 그리고 광고의 메시지를 비판적으로 해석하는 미디어 리터러시를 결합하여 실질적이고 비판적인 소비자 의사결정 능력을 기르기 위해 설계됨. • 학생들은 수학적 계산을 통해 할인 구조를 분석하면서 광고의 조건과 의도를 평가하는 방법을 배우며, 합리적 선택을 위한 종합적 사고를 배양할 수 있도록 설계함.		

2 수업 계획 및 흐름도

	1차시	2차시	3~4차시	5~7차시	8차시
수업 흐름도	문자의 도입, 문자를 사용한 식 간단하게 나타내기	식의 값 구하기, 다항식의 개념과 용어 학습	일차식의 사칙연산	등식의 성질, 일차방정식의 풀이와 활용	논술형 평가
평가 방법	구술 평가	·	구술 평가	·	논술형 평가
수업-평가 연계 주안점	기호를 이용하여 식을 간단하게 표현하는 능력에 대한 평가	식의 값을 구하는 다양한 문제를 제시하고 형성평가 실시	일차식의 사칙계산의 원리를 이해하고 계산하는 능력을 향상시키기 위한 평가	논술형 평가 안내	평가를 통해 학습 과정 성찰하기

3 평가 문항

문항 정보

문항	교과 역량	성취기준	평가 요소
1	문제해결	[9수02-01] 다양한 상황을 문자를 사용한 식으로 나타내어 그 유용성을 인식하고, 식의 값을 구할 수 있다.	• 식의 값 구하기
2			
3			• 식의 유용성 인식하기

평가 문항

1~2

학생 A는 밸런타인데이를 맞이하여 초콜릿을 구매하려고 한다. 인터넷 쇼핑몰을 검색하던 중 두 곳의 쇼핑몰에서 다음과 같은 할인 정보를 발견하였다. 두 쇼핑몰 모두 정가 20,000원의 동일한 초콜릿을 판매하고 있다. 물음에 답하시오. [총 10점]



가자물



오라물

1. 학생 A는 가자물에서 초콜릿을 구매하려고 한다. 이 초콜릿은 정가의 50%를 할인 행사 중이다.

1-1. 초콜릿의 정가를 x 라고 할 때, 할인된 판매 가격을 구하는 식을 쓰시오. [2점]

1-2. 학생 A가 관심 있어 하는 초콜릿의 정가는 20,000원이다. 이 초콜릿의 할인된 판매 가격을 구하시오. [2점]

2. 학생 A는 오라몰에서 초콜릿을 구매하려고 한다. 이 초콜릿은 정가의 30%를 할인한 후 추가로 20%를 할인해 주는 행사 중이다.

2-1. 초콜릿의 정가를 y 라고 할 때, 할인된 판매 가격을 구하는 식을 쓰시오. [2점]

2-2. 학생 A가 관심 있어 하는 초콜릿의 정가는 20,000원이다. 이 초콜릿의 할인된 판매 가격을 구하시오. [2점]

3. 두 쇼핑물의 할인 방식 중 어느 것이 학생 A의 입장에서 더 경제적인지 비교하여 판단하고, 그 이유를 수학적 계산을 근거로 설명하시오. [2점]



채점기준표

문항	평가 요소	채점 요소	척도/배점	수행 수준(채점기준)
1	1-1	식의 값 구하기	2	가자물의 할인 조건에 따라 식을 올바르게 구함.
			1	가자물의 할인 조건에 따라 식을 구하였으나 일부 오류가 있음.
			0	가자물의 할인 조건에 따라 식을 구하지 못함.
	1-2	식의 값 계산하기	2	구한 식에 값을 대입하여 올바르게 계산함.
			1	구한 식에 값을 대입했으나 계산이 올바르지 못함.
			0	구한 식에 값을 대입하지 못함.
2	2-1	식의 값 구하기	2	오라몰의 할인 조건에 따라 식을 올바르게 구함.
			1	오라몰의 할인 조건에 따라 식을 구하였으나 일부 오류가 있음.
			0	오라몰의 할인 조건에 따라 식을 구하지 못함.
	2-2	식의 값 계산하기	2	구한 식에 값을 대입하여 올바르게 계산함.
			1	구한 식에 값을 대입했으나 계산이 올바르지 못함.
			0	구한 식에 값을 대입하지 못함.
3	식의 유용성 인식하기	수학적 계산을 근거로 비교하여 판단하기	2	두 쇼핑물의 할인 방식을 수학적으로 비교하여 적절한 결론을 도출함.
			1	두 쇼핑물의 할인 방식을 수학적으로 비교하지 못했지만 적절한 결론을 도출함.
			0	두 쇼핑물의 할인 방식을 수학적으로 비교하지 못하고 적절한 결론을 도출하지 못함.



채점 시 유의점

- 학생의 표현 방식이 다르더라도, 문제해결 과정과 논리가 성취기준에 부합 하면 점수를 부여함.
- 오류가 있더라도 계산 과정이나 논리에 근거한 시도가 보인다면, 부분 점수를 부여함.



예시답안

문항		예시답안
1	1-1	가자물 : 50 % 할인 적용 할인된 판매 가격 : $x - 0.5x = 0.5x$
	1-2	초콜릿의 할인된 판매 가격 : $0.5 \times 20,000 = 10,000$ $\therefore 10,000(\text{원})$
2	2-1	오라물 : 30 % 할인 적용 후 추가 20 % 할인 적용 30 % 할인된 판매 가격 : $y - 0.3y = 0.7y$ 20 % 추가 할인된 판매 가격 : $0.7y - 0.7y \times 0.2 = 0.7 \times 0.8y = 0.56y$
	2-2	초콜릿의 할인된 판매 가격 : $0.56 \times 20,000 = 11,200$ $\therefore 11,200(\text{원})$
3		가자물이 더 경제적이다. - 가자물은 50 % 할인이 적용되었다. - 반면, 오라물은 학생 A가 오라물에서 최종적으로 몇 % 할인받았는지 구해보면 최종 할인액 : $20,000 - 11,200 = 8,800$ 이므로 8,800(원) 최종 할인율 : $\frac{8,800}{20,000} \times 100 = 44\%$ (할인율이란 정가 대비 얼마의 할인율이 적용된 가격인지 계산한 것) - 즉, 학생 A는 오라물에서 초콜릿을 44 % 할인된 가격으로 구매하였다. - 따라서, 가자물이 오라물보다 더 경제적이다.



피드백 시 유의점

- 학생의 계산 과정과 결과 도출 두 가지를 모두 평가하며, 과정이 논리적으로 타당했는지에 대해 구체적으로 함.
- 학생이 수학적 사고를 활용해 문제를 분석하고 논리적으로 결론을 내렸는지에 초점을 맞춤.
- 논리적 근거가 부족하거나 혼란스러운 경우, 적절한 질문을 통해 사고 과정을 명확히 할 수 있도록 유도함.
- 논리적 사고가 부족한 학생에게는 단계별 사고를 유도하고, 수학적 계산에 어려움을 겪는 학생에게는 계산 과정에서 주의할 점을 제안함.

정비례 관계를 이용하여 실생활 문제해결 하기

1 평가 개요

학교급	중학교	학년	1학년
과목명	수학	영역	변화와 관계
성취기준		성취기준별 성취수준	
[9수02-07] 정비례, 반비례 관계를 이해하고, 그 관계를 표, 식, 그래프로 나타낼 수 있다		A	정비례, 반비례 관계를 이해하고, 실생활에서 정비례와 반비례 관계가 있는 예를 찾아서 그 관계를 표, 식, 그래프로 나타낼 수 있다.
		B	정비례, 반비례 관계를 이해하고, 주어진 실생활 예를 표, 식, 그래프로 나타내어 정비례와 반비례 관계를 판단할 수 있다.
		C	속력과 거리, 속력과 시간과 같은 실생활 예를 통해 정비례, 반비례 관계를 이해하고, 그 관계를 표, 식, 그래프로 나타낼 수 있다.
		D	속력과 거리, 속력과 시간과 같은 실생활 예를 통해 정비례, 반비례 관계를 직관적으로 이해하고, 그 관계를 표나 그래프, 또는 식으로 나타낼 수 있다.
		E	주어진 식 또는 그래프에서 정비례 또는 반비례 관계를 나타내는 것을 찾을 수 있다.
평가 요소	- 정비례 관계 표로 나타내기 - 두 변수 사이의 관계식 구하기 - 그래프로 나타내고, 정비례인지 반비례인지 판단하기 - 정비례, 반비례 관계를 실생활에 적용하고 분석하기		
평가 유형	지필평가 논술형	배점	20
논술형 평가 제작 의도 (출제 의도)	- 학습 과정에서 탐구한 두 변수 사이의 관계를 생활 속 문제해결을 통해 이해하게 함으로써 수학적 사고를 실생활에 적용하도록 설계함. - 본 문항은 성취수준 B 수준을 고려하여 출제되었으나 1번 문항의 표 완성하기와 3번 문항의 그래프 그리기는 관계식을 만들지 못하는 D, E 수준도 흐름을 보고 해결할 수 있게 설계함. - 주어진 문제를 잘 분석하여 표를 완성하고 관계식을 구하여 특정 시점의 위치를 찾는다면 B수준의 학생이 문제에 대한 이해도가 높을 때 문제해결이 가능할 것으로 예상하여 출제함. $y = ax$ (단, $x \neq 0$)의 그래프를 유한개의 점으로 나타내고 점차 x의 값의 범위를 수 전체로 확장하여 그래프를 그리도록 유도하였으므로 의미를 이해하지 못해도 D 수준 이상의 학생도 그래프까지 그릴 것으로 예상함.		

2 수업 계획 및 흐름도

	1차시	2차시	3차시
수업 흐름도	활동 수업을 통해 두 변수 사이의 관계를 표로 나타내고 관계식 구하기	주어진 식에 의한 순서쌍을 좌표평면 위에 표시하고 그래프 그리기	실생활 속에 존재하는 정비례 문제해결 하기
평가 방법	토의·토론 평가	토의·토론 평가	논술형 평가
수업-평가 연계 주안점	학습지를 통해 문제 분석 후 표로 나타내고 표를 관찰하여 두 변수 사이의 관계식을 자연스럽게 이끌어 내도록 함.	관계식에 의한 순서쌍을 찾고 그래프로 나타내기. 두 변수의 관계를 그래프로 나타내는 것을 학생들이 생각보다 어렵게 느끼고 있다는 것을 알고 수업을 설계해야 함.	평가를 통해 학습 과정을 성찰함.

3 평가 문항

문항 정보

문항	교과 역량	성취기준	평가 요소
1	추론, 연결, 문제해결	[9수02-07] 정비례, 반비례 관계를 이해하고, 그 관계를 표, 식, 그래프로 나타낼 수 있다.	• 정비례 관계 표로 나타내기
2			• 두 변수 사이의 관계식 구하기
3			• 그래프로 나타내고 정비례인지 반비례인지 판단하기
4			• 정비례, 반비례 관계를 실생활에 적용하고 분석하기

평가 문항

1~4

학교에서 2 km 떨어진 생태공원까지 A는 자전거로, B는 걸어서 동시에 출발하였다. A가 생태공원에 도착한 이후 32분이 지나서야 B가 도착하였다. 대화를 읽고 물음에 답하시오.



A : 우리가 9시에 동시에 출발했는데 나는 8분만에 도착했어.
 B : 나는 걸어왔더니 40분이나 걸렸네.
 A : 그럼 우리는 각각 1분에 몇 m씩 이동했는지 알아볼까?
 B : 2km이면 2000m이니 너는 1분당 250m로 자전거로 이동한 거네?
 A : 맞아, 너는 1분에 50m를 걸은 셈이고.
 B : ㉠ 그러면 네가 생태공원에 도착했을 때, 나는 어디쯤에 있었을까?

1. 생태공원까지 이동 시 걸린 시간을 x 분, 이동한 거리를 y m라고 할 때, 위의 대화 내용에 대하여 [표 1], [표 2]를 완성하시오.
 (단, [표 1]은 A의 걸린 시간과 이동 거리, [표 2]는 B의 걸린 시간과 이동 거리) [4점]

x (분)	0	...	1	...	2	...	3	...
y (m)	0	...	250	...		...		...

[표 1] A의 걸린 시간과 이동 거리

x (분)	0	...	1	...	2	...	3	...
y (m)	0	...	50	...		...		...

[표 2] B의 걸린 시간과 이동 거리

2. 1에서 [표 1]과 [표 2]를 참고하여 A와 B의 x 에 대한 y 의 관계식을 각각 구하시오. [4점]

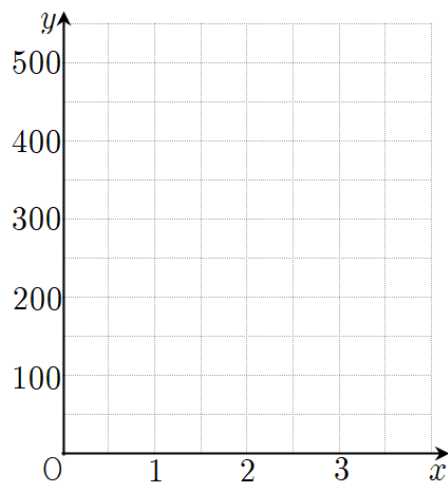
A의 관계식	B의 관계식

3. 2에서 구한 A와 B의 관계식에 대하여 물음에 답하시오. [총 8점]

3-1. A와 B의 관계식에 대한 그래프를 <조건>에 맞게 각각 그리시오. [4점]

<조건>

- A와 B의 관계식에 대한 그래프를 그릴 때, 각각 두 개 이상의 점을 찍고 나타낼 것



3-2. 3-1의 그래프를 이용하여 A와 B의 그래프가 정비례 관계인지 반비례 관계인지 판단하고, 그 이유를 설명하시오. [4점]

4. ㉠에 대한 답을 하고자 한다. 2에서 구한 관계식을 활용하여 B학생의 위치가 학교에서 얼마만큼 떨어져 있는지 구하고, 그 과정을 서술하시오. (단, A와 B는 학교에서 생태공원까지 동일한 조건으로 이동한다.) [4점]



채점기준표

문항		평가 요소	채점 요소		척도/배점	수행 수준(채점기준)
1		정비례 관계 표로 나타내기	표를 정확한 값으로 채우기		4	상황을 정확히 분석하고 x 값의 변화에 따른 y 값 모두(4개)를 정확히 구함.
					3	상황을 정확히 분석하고 x 값의 변화에 따른 y 값을 대부분(3개) 구함.
					2	상황을 분석하고 x 값의 변화에 따른 y 값을 일부(2개)만 구함.
					1	전체적인 상황을 분석하지 못하고 특정 시점의 값(1개)만 구함.
					0	특정 시점의 값을 전혀 구하지 못하거나 아무런 값을 작성하지 못함.
2		두 변수 사이의 관계식 구하기	x, y 사이의 관계를 식으로 나타내기		4	A와 B의 관계식을 모두 정확히 구함.
					2	A와 B의 관계식 중 하나만 정확히 구함.
					0	A와 B의 관계식 모두 정확히 구하지 못함.
3	3-1	그래프로 나타내고 정비례인지 반비례인지 판단하기	A와 B의 그래프 그리기	2개의 점을 정확히 표시하기	2	A와 B 모두의 관계식에서 각각 2개의 점을 정확히 찾아 표시함.
					1	A와 B 중 한 개의 관계식에서 2개의 점을 정확히 찾아 표시함.
					0	A와 B 모두 점을 정확히 구하지 못함.
				두 점을 직선으로 연결하기	2	A와 B의 관계식을 모두 직선으로 각각 연결함.
					1	A와 B의 관계식 중 한 개만 직선으로 연결함.
					0	A와 B의 관계식 모두 직선으로 연결하지 못함.
	3-2		정비례인지, 반비례인지 판단하고 그 이유 설명하기	4	정비례 관계를 각각 판단하고 그 이유를 각각 옳게 설명함.	
				3	정비례 관계를 각각 판단하고 그 이유를 한 가지만 옳게 설명함.	
				2	정비례 관계라고 각각 판단하였으나 이유를 모두 제시하지는 못함.	
				1	정비례 관계임을 한 개만 옳게 판단함.	
				0	정비례 관계인지 반비례 관계인지 판단하지 못함.	
4		정비례, 반비례 관계를 실생활에 적용하고 분석하기	정비례 관계식을 활용하여 특정 시점의 위치를 파악하기	4	정비례의 관계식을 통해 어느 시점에서도 그 위치를 찾고 그 이유를 서술함.	
				2	특정 시점의 위치를 찾았으나 그 이유를 제시하지 못함.	
				0	특정 시점의 위치를 찾지 못함.	

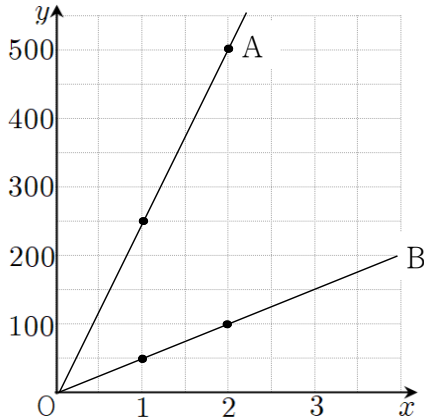


채점 시 유의점

- 관계식에서 두 개 이상의 점을 찾아 그래프를 그리도록 할 때 그 두 개의 점만을 연결하여 그래프를 그리는 경우의 배점에 대한 사전 협의가 필요함.(수업 시간에 그래프가 직선으로 나타내어지는 것에 대해 충분히 강조하여야 함.)
- 하나의 문제이지만 두 학생의 상황을 다뤄 사실상 두 문제를 해결하고 있는 것이므로 3번의 경우 A와 B 두 학생에 대한 정비례 또는 반비례 여부를 구분하여 답했는지 확인하여야 함.
- 좌표평면에 점을 찍는 경우 눈금에서 살짝 벗어나는 경우에 대해서 사전에 교사들끼리 협의가 필요함.



예시답안

문항		예시답안																		
1		[표1] A의 걸린 시간과 이동 거리를 나타낸 표																		
		<table><tr><td>x (분)</td><td>0</td><td>...</td><td>1</td><td>...</td><td>2</td><td>...</td><td>3</td><td>...</td></tr><tr><td>y (m)</td><td>0</td><td>...</td><td>250</td><td>...</td><td>500</td><td>...</td><td>750</td><td>...</td></tr></table>	x (분)	0	...	1	...	2	...	3	...	y (m)	0	...	250	...	500	...	750	...
	x (분)	0	...	1	...	2	...	3	...											
y (m)	0	...	250	...	500	...	750	...												
	[표2] B의 걸린 시간과 이동 거리를 나타낸 표																			
		<table><tr><td>x (분)</td><td>0</td><td>...</td><td>1</td><td>...</td><td>2</td><td>...</td><td>3</td><td>...</td></tr><tr><td>y (m)</td><td>0</td><td>...</td><td>50</td><td>...</td><td>100</td><td>...</td><td>150</td><td>...</td></tr></table>	x (분)	0	...	1	...	2	...	3	...	y (m)	0	...	50	...	100	...	150	...
x (분)	0	...	1	...	2	...	3	...												
y (m)	0	...	50	...	100	...	150	...												
2		A의 관계식 : $y = ax$ 라 놓고 $x = 1$, $y = 250$ 을 대입하면 $a = 250$, 따라서 $y = 250x$ B의 관계식 : $y = bx$ 라 놓고 $x = 1$, $y = 50$ 을 대입하면 $b = 50$, 따라서 $y = 50x$																		
3	3-1																			
	3-2	A와 B의 그래프 모두 원점을 지나는 직선이며, x 의 값이 2배, 3배, ...가 됨에 따라 y 값도 2배, 3배, ...가 되므로 A, B 모두 정비례 관계의 그래프이다.																		
4		A, B가 동시에 학교를 출발하여 생태공원에 도착했을 때 A는 8분이 걸렸다. B가 궁금한 지점은 A가 도착한 시점의 자기 위치이므로 B의 관계식에서 x 가 8일 때 y 값을 구하는 것과 같다. 따라서 $y = 50 \times 8$, 즉 학교로부터 400m 떨어진 지점이다.																		



피드백 시 유의점

- 평소 수업 시간에 학생을 관찰한 내용을 고려함.
- 성취기준을 확인하고, 내용과 문항의 난이도, 성취수준 부합 정도를 고려함.
- 해당 학생의 수준보다 높은 수준으로 응답한 결과를 확인하여 그와 함께 피드백함으로써 사고의 다양함과 확장성을 제시해 줄 필요가 있음.
- 두 개 이상의 점을 찍어 그래프를 그리도록 할 때 표에 주어진 두 개 또는 세 개의 점을 찍고 마지막 점에서 그래프의 흐름을 멈추거나 일정 구간만을 그리는 경우가 있으므로 그래프의 모양에 대한 세심한 피드백이 필요함.

다각형 내각의 크기의 합 구하기

1 평가 개요

학교급	중학교	학년	1학년
과목명	수학	영역	도형과 측정
성취기준		성취기준별 성취수준	
[9수03-05] 다각형의 성질을 이해하고 설명할 수 있다.		A	다각형의 내각과 외각의 크기의 합, 대각선의 개수를 구하는 과정을 여러 가지 방법으로 추측하고 일반화할 수 있다.
		B	다각형의 내각과 외각의 크기의 합, 대각선의 개수를 구하는 과정을 설명할 수 있다.
		C	다각형의 내각과 외각의 크기의 합, 대각선의 개수를 구할 수 있다.
		D	다각형의 내각과 외각의 크기의 합, 대각선의 개수 중 일부를 구할 수 있다.
		E	안내된 절차에 따라 다각형의 내각과 외각의 크기의 합, 대각선의 개수 중 일부를 구할 수 있다.
평가 요소	• 다각형 내각의 크기의 합 구하기		
평가 유형	지필평가 논술형	배점	10
논술형 평가 제작 의도 (출제 의도)	- 문항 1, 2는 성취수준 C를 고려하여 출제한 것으로, C 수준의 학생들이 다각형을 삼각형으로 분할하고 삼각형 내각의 합이 180° 라는 사실로부터 다각형 내각의 합을 구하는 공식이 유도됨을 직접 경험하도록 설계함. - 문항 3은 A 수준의 학생들을 고려하여 출제한 것으로, 다각형의 내각의 크기의 합을 구하는 과정을 여러 가지 방법으로 추측하고 일반화할 수 있는가를 평가하기 위한 문항으로 설계함. - 다각형의 내각의 크기의 합을 구하기 위해 공식을 외워 문제를 해결하려는 것을 지양하고 논리적 사고의 전개로 문제해결을 유도하는 평가 문항을 제작함. - 하위 수준으로 갈수록 다각형의 내각의 합을 구하는 과정이 삼각형으로 분할 하는 것과 연결하지 못하거나 연결을 지어도 논리적으로 전개하는 것에 어려움을 가지므로 수업 과정에서 반복적인 논리적 전개 연습을 필요로 함.		

2 수업 계획 및 흐름도

수업 흐름도	1차시	2차시	3차시
	다각형의 정의와 다각형의 대각선의 개수	다각형의 내각과 외각의 정의	다각형의 내각의 합
평가 방법	·		논술형 평가
수업-평가 연계 주안점	[다각형의 정의와 다각형 대각선의 개수 구하기] 다각형의 대각선의 개수를 구하는 과정을 추론과 타당한 근거 제시로 논리적으로 문제해결 하기	[삼각형 내각의 크기의 합과 외각의 크기의 합 구하기] 모둠별 학습지 문제 공동 해결	[다각형 내각의 크기의 합 구하기] 다각형의 내각의 크기의 합을 구하는 과정을 추론과 타당한 근거 제시로 논리적으로 문제해결 하기

3 평가 문항

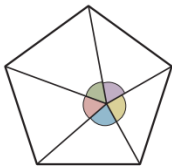
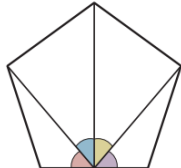
문항 정보

문항	교과 역량	성취기준	평가 요소
1	연결, 추론, 문제해결	[9수03-05] 다각형의 성질을 이해하고 설명할 수 있다.	• 다각형 내각의 크기의 합 구하기
2			
3			

평가 문항

1~3

다음은 학생 A와 B가 각각 오각형의 내각의 크기의 합을 구하는 방법을 설명한 것이다. 물음에 답하시오. [총 10점]

학생 A의 방법	학생 B의 방법
 “나는 오각형 내부의 한 점에서 각 꼭짓점에 선분을 그어 오각형을 5개의 삼각형으로 나누고 삼각형 5개 내각의 크기의 합에서 360°를 빼서 오각형 내각의 합을 구했어”	 “나는 오각형 한 변 위의 점에서 각 꼭짓점에 선분을 그어 오각형을 4개의 삼각형으로 나누고 삼각형 4개 내각의 크기의 합에서 180°를 빼서 오각형 내각의 합을 구했어”

[출처 : 천재교육 중학교 수학 1 교과서(2015 개정) p. 201]

1. 학생 A와 B의 방법 중 한 가지를 선택하고, 그 선택한 방법으로 육각형을 삼각형으로 나누는 그림을 그리시오. [2점]

나의 선택 방법 : 학생 _____ 의 방법

육각형을 삼각형으로 나누는 그림 :

2. 1에서 그린 그림을 이용하여 육각형의 내각의 크기의 합을 구하고, 풀이 과정을 서술하시오. [4점]

$\therefore$ 육각형의 내각의 크기의 합: _____°

3. 1에서 학생 A, B가 제시한 방법 이외의 다른 방법으로 칠각형의 내각의 합을 구하는 과정을 <조건>에 맞게 서술하시오. [4점]

<조건>

- A와 B가 제시한 방법 이외의 방법으로 칠각형을 분할하는 그림을 그릴 것



채점기준표

문항	평가 요소	채점 요소	척도/배점	수행 수준(채점기준)
1		육각형을 삼각형으로 분할하기	2	주어진 방법 중 한 가지를 선택하여 자신이 선택한 방법을 이용하여 육각형을 삼각형으로 분할함.
			1	주어진 방법 중 한 가지를 선택하였으나 자신이 선택한 방법과 다르게 육각형을 삼각형으로 분할함.
			0	주어진 방법과 상관없는 방법으로 분할을 하였거나 하지 못함.
2	다각형 내각의 크기의 합 구하기	육각형의 내각의 크기의 합을 구하는 과정 서술하기	4	1에서 그린 그림을 이용한 풀이 과정에 대한 설명이 논리적으로 타당하고 육각형의 내각의 크기의 합을 구함.
			3	1에서 그린 그림을 이용한 풀이 과정에 일부 오류가 있으나 육각형의 내각의 크기의 합을 구함.
				1에서 그린 그림과 다른 방법으로 설명하여 육각형의 내각의 크기의 합을 구함.
			2	1에서 그린 그림과 다른 방법에 대한 설명에 일부 오류가 있으나 육각형의 내각의 크기의 합을 구함.
			1	설명은 하지 못하였으나 육각형의 내각의 크기의 합만 구함.
			0	육각형의 내각의 크기의 합을 구하지 못함.
3		칠각형의 내각의 크기의 합을 구하는 과정 서술하기	4	자신이 그린 그림을 이용한 풀이 과정에 대한 설명이 논리적으로 타당하고 칠각형의 내각의 크기의 합을 구함.
			3	자신이 그린 그림을 이용한 풀이 과정에 일부 오류가 있으나 칠각형의 내각의 크기의 합을 구함.
				자신이 그린 그림과 다른 방법으로 설명하여 칠각형의 내각의 크기의 합을 구함.
			2	자신이 그린 그림과 다른 방법에 대한 설명에 일부 오류가 있으나 칠각형의 내각의 크기의 합을 구함.
			1	설명은 하지 못하였으나 칠각형의 내각의 크기의 합만 구함.
			0	칠각형의 내각의 크기의 합을 구하지 못함.

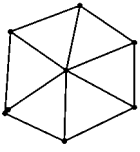
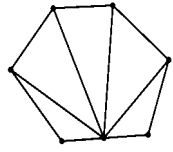
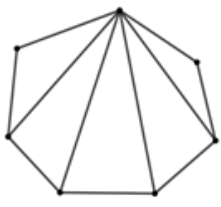


채점 시 유의점

- 수와 식으로 표현한 문제해결 과정이 수학적으로 논리적이면 정답으로 인정함.
- 과정은 바르나 결과를 옮겨쓰는 과정에서 오류가 있을 때 부분 점수를 인정함.
- 단위 작성 여부는 채점 시 고려하지 않음.



예시답안

문항	예시답안	
1	학생 A의 방법을 선택한 경우 	학생 B의 방법을 선택한 경우 
2	육각형 내부의 한 점에서 각 꼭짓점에 선분을 그어 육각형을 6개의 삼각형으로 나누고 삼각형 6개 내각의 크기의 합에서 360°를 빼면 $180^\circ \times 6 - 360^\circ = 720^\circ$	육각형 한 변 위의 점에서 각 꼭짓점에 선분을 그어 육각형을 5개의 삼각형으로 나누고 삼각형 5개 내각의 크기의 합에서 180°를 빼면 $180^\circ \times 5 - 180^\circ = 720^\circ$
3	 칠각형의 한 꼭짓점에서 다른 꼭짓점으로 대각선을 그으면 칠각형은 5개의 삼각형으로 나누어지므로 칠각형의 내각의 크기의 합은 $180^\circ \times 5 = 900^\circ$이다.	



피드백 시 유의점

- 해당 교과목의 성취기준을 확인하고, 내용과 문항의 난이도, 성취수준 부합 정도를 고려함.
- 해당 학생의 수준보다 높은 수준으로 응답한 결과를 확인하여 그와 함께 피드백을 제공함.

다각형의 성질 이해하고 설명하기

1 평가 개요

학교급	중학교	학년	1학년
과목명	수학	영역	도형과 측정
성취기준		성취기준별 성취수준	
[9수03-05] 다각형의 성질을 이해하고 설명할 수 있다.		A	다각형의 내각과 외각의 크기의 합, 대각선의 개수를 구하는 과정을 여러 가지 방법으로 추측하고 일반화할 수 있다.
		B	다각형의 내각과 외각의 크기의 합, 대각선의 개수를 구하는 과정을 설명할 수 있다.
		C	다각형의 내각과 외각의 크기의 합, 대각선의 개수를 구할 수 있다.
		D	다각형의 내각과 외각의 크기의 합, 대각선의 개수 중 일부를 구할 수 있다.
		E	안내된 절차에 따라 다각형의 내각과 외각의 크기의 합, 대각선의 개수 중 일부를 구할 수 있다.
평가 요소	• 다각형의 대각선의 개수 구하는 방법 탐구하기 • 다각형의 내각의 크기의 합을 구하는 방법 탐구하기 • 다각형의 외각의 크기의 합 추론하고 정당화하기		
평가 유형	지필평가 논술형	배점	30
논술형 평가 제작 의도 (출제 의도)	• 문항 모두 전반적으로 성취수준 B를 고려하여 출제한 것이나, 1-2번 문항과 2-2번 문항은 일반화 과정을 포함하여 A 수준의 학생들을 변별할 수 있게 구성하였고, 1-3번 문항과 3-3번 문항은 구체적인 다각형을 제시하여 C~D 수준 학생들도 해결할 수 있도록 함. • 2번 문항은 성취수준 A를 고려한 것으로 여러 가지 방법으로 다각형의 성질을 유추하고 일반화하기 위해 다각형을 분할하는 방법을 제한하지 않음. • E 수준의 학생들이 안내된 절차에 따라 다각형의 성질 중 일부를 구할 수 있도록 하기 위해 1-1번 문항과 2-1번 문항에서는 구체적인 도형을 제시하고 도형에 직접 그림으로 표현할 수 있도록 함. 그림으로 표현하기를 성공하였다면 표의 빈칸도 일부 채울 수 있을 것으로 기대됨. • 성취수준에는 언급되어 있지 않지만, 성취수준 A 학생들을 변별하고 다각형의 성질을 실생활의 맥락에서 발견하도록 테셀레이션(2-3번 문항) 및 카메라 렌즈의 조리개(3-1번 문항)를 이용한 문제를 포함함. 이 문제들은 2022 개정 교육과정에서 강조하는 실생활 연계 및 수학적 추론 역량을 반영함.		

2 수업 계획 및 흐름도

	1차시	2차시	3차시	4~5차시	6차시
수업 흐름도	삼각형의 내각과 외각의 성질 탐구하기	다양한 방법으로 다각형의 내각의 크기의 합을 구하고 규칙성을 일반화하기	다각형의 외각의 크기의 합 유추하고 논리적으로 타당성 밝히기	정다각형의 한 내각의 크기를 이용하여 정규테셀레이션 만들기 (데스모스 polypad로 테셀레이션 만들기)	다각형의 대각선의 개수 구하고 규칙성을 일반화하기
평가 방법	.	포트폴리오 평가	포트폴리오 평가	실험·실습 평가	논술형 평가
수업-평가 연계 주안점	삼각형의 세 내각의 크기의 합이 180° 임을 설명하기	다각형의 내각의 크기의 합을 구하고 규칙성 찾기	다각형의 외각의 크기의 합을 구하고 논리적으로 설명하기	논술형 평가 문항 안내하기	다각형의 내각의 크기의 합을 다양한 방법으로 구하고, 대각선의 개수와 연결지어 일반화하기

3 평가 문항



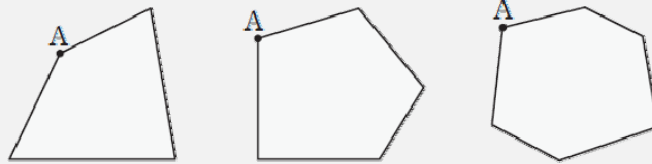
문항 정보

문항	교과 역량	성취기준	평가 요소
1	추론, 문제해결, 의사소통	[9수03-05] 다각형의 성질을 이해하고 설명할 수 있다.	• 다각형의 대각선의 개수 구하는 방법 탐구하기
2			• 다각형의 내각의 크기의 합을 구하는 방법 탐구하기
3			• 다각형의 외각의 크기의 합 추론하고 정당화하기

평가 문항

1

[표 1]은 [그림 1]을 바탕으로 n 각형에서 그릴 수 있는 꼭짓점의 개수와 한 꼭짓점에서 그을 수 있는 대각선의 개수를 정리한 것이다. 물음에 답하시오. [총 10점]



[그림 1]

	사각형	오각형	육각형	...	n 각형
꼭짓점의 개수	4	5	6	...	n
한 꼭짓점에서 그을 수 있는 대각선의 개수				...	

[표 1]

[출처 : 비상교육 수학 1 교과서(2015 개정) p.191]

1-1. [그림 1]에서 사각형, 오각형, 육각형의 각 꼭짓점 A에서 그을 수 있는 대각선을 모두 그리고, 규칙성을 발견하여 [표 1]의 빈칸을 채우시오. [3점]

1-2. n 각형의 대각선의 수를 문자 n 을 사용하여 식으로 나타내고, 그 과정을 <단계>에 따라 설명하시오. [4점]

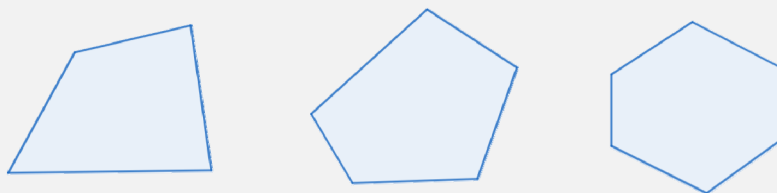
<단계>

- 1단계 : 한 꼭짓점에서 그을 수 있는 대각선의 수를 문자 n 을 사용하여 구하기
- 2단계 : 전체 꼭짓점의 수와 한 꼭짓점에서 그을 수 있는 대각선 수의 관계를 이용하여 나타내기

1-3. 1-2에서 구한 식을 이용하여 칠각형의 대각선의 개수를 구하고, 그 과정을 설명하시오. [3점]

2

[표 2]는 [그림 2]를 바탕으로 n 각형에서 분할된 삼각형의 개수와 내각의 크기의 합을 구하는 식을 정리한 것이다. 물음에 답하시오. [총 10점]



[그림 2]

	사각형	오각형	육각형	...	십각형
분할된 삼각형의 개수				...	
내각의 크기의 합을 구하는 식				...	

[표 2]

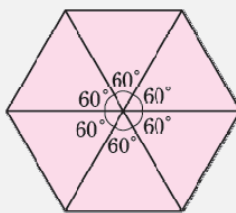
[출처 : 비상교육 수학 1 교과서(2015 개정) p.193]

2-1. [그림 2]의 사각형, 오각형, 육각형을 삼각형으로 분할하고, [표 2]의 빈칸을 채우시오. [4점]

2-2. 2-1을 이용하여 n 각형의 내각의 크기의 합을 구하는 과정을 설명하시오. [3점]

2-3. 다음은 다각형을 이용한 쪽매맞춤에 대한 설명이다.

다양한 형태의 도형을 이용하여 서로 겹치지 않으면서 빈틈없이 채워 평면을 완전히 덮는 것을 쪽매맞춤 또는 테셀레이션(tessellation)이라고 한다. 예를 들어, 정삼각형의 한 내각의 크기는 60° 이므로 그림과 같이 한 꼭짓점에 정삼각형 6개를 모으면 쪽매맞춤을 만들 수 있다.



[출처 : 비상교육 수학 1 교과서(2015 개정) p.206]

윗 글을 바탕으로 정오각형만을 사용하여 쪽매맞춤을 만드는 것이 가능한지 판단하고, 그렇게 판단한 이유를 <조건>에 맞게 서술하시오. [3점]

〈조건〉

- 조건 1 : 2-2에서 n 각형의 내각의 크기의 합을 구한 식을 이용하여 정오각형의 한 내각의 크기를 구할 것
- 조건 2 : 한 꼭짓점에 모이는 정오각형의 개수와 관련지어 판단 이유를 서술할 것

3

다음은 카메라의 다각형 모양의 조리개가 렌즈를 통해 들어오는 빛의 양을 줄이기 위해 좁혀지는 과정을 설명한 것이다. 물음에 답하시오. [총 10점]

카메라 조리개는 눈의 동공에 해당하는 사진기의 구성 요소로서 열고 닫히는 정도에 따라 렌즈로 들어오는 빛의 양을 조절하여 영상의 선명도 등에 영향을 미친다.



[그림 출처 : 천재교육(류희찬 외) 수학 1 교과서(2015 개정) p.197]

3-1. 카메라 조리개 현상으로부터 유추할 수 있는 다각형 외각의 성질에 대해 설명하시오. [4점]

3-2. 3-1에서 유추한 다각형의 외각의 성질이 논리적으로 타당한지 <조건>에 맞게 설명하시오. [4점]

— <조건> —

- 조건 1 : 다각형의 한 꼭짓점에서 이웃하고 있는 외각과 내각의 관계를 이용할 것
- 조건 2 : 다각형의 내각의 크기의 합을 나타내는 식을 활용할 것

3-3. 정팔각형의 한 외각의 크기를 구하고, 그 과정을 설명하시오. [2점]



채점기준표

문항		평가 요소	채점 요소	척도/배점	수행 수준(채점기준)
1	1-1	다각형의 대각선의 개수 구하는 방법 탐구하기	대각선 그리기	1	다각형별로 대각선을 모두 정확하게 그림.
			0	다각형별로 대각선을 일부만 그리거나 그리지 못함.	
			한 꼭짓점에서 그을 수 있는 대각선의 개수 구하기	2	표의 빈칸을 모두 정확하게 작성함.
				1	표의 빈칸을 일부만 작성함.
				0	표의 빈칸을 모두 작성하지 못함.
	1-2		n 각형의 대각선의 개수 구하는 과정 설명하기	3	n 각형의 대각선의 개수를 구하는 과정을 수학적 근거를 들어 논리적으로 설명함.
				2	n 각형의 대각선의 개수를 구하는 과정을 수학적 근거를 들어 설명하고자 하였으나 일부 오류가 있음.
				1	n 각형의 대각선의 개수를 구하는 과정을 수학적 근거를 들어 설명하고자 하였으나 미흡함.
				0	유의미한 설명이 없음.
			n 각형의 대각선의 개수 구하기	1	n 각형의 대각선의 개수를 n 을 사용한 식으로 나타냄.
		0		n 각형의 대각선의 개수를 n 을 사용한 식으로 나타내지 못함.	
	1-3	칠각형의 대각선의 수를 구하기	3	칠각형의 대각선의 개수를 구하는 과정과 결과를 모두 옳게 서술함.	
			2	칠각형의 대각선의 개수를 구하는 과정이나 결과 중 한 가지만 옳게 서술함.	
			1	칠각형의 대각선의 수를 구하는 풀이 과정과 답이 모두 정확하지는 않지만 다양한 방법으로 구하고자 함.	
			0	유의미한 풀이 과정과 답이 없음.	
2	2-1	다각형의 내각의 크기의 합 구하는 방법 탐구하기	삼각형으로 분할 및 표 작성하기	4	각 도형을 일관된 방식으로 삼각형으로 분할하여 그림에 표시하고, 각 도형의 분할된 삼각형의 개수와 내각의 크기의 합을 구하는 식 모두를 올바르게 구함.
				3	각 도형을 일관된 방식으로 삼각형으로 분할하여 그림에 표시하고, 각 도형의 분할된 삼각형의 개수와 내각의 크기의 합을 구하는 식 대부분 올바르게 구하였으나 삼각형에서 어려움을 보임.
				2	각 도형을 일관된 방식으로 삼각형으로 분할하여 그림에 표시하고, 각 도형의 분할된 삼각형의 개수와 내각의 크기의 합을 구하는 식을 부분적으로 해결함.
				1	각 도형을 일관된 방식으로 삼각형으로 분할하여 그림에 표시하였으나 표의 빈칸을 채우지 못함.
				0	각 도형을 삼각형으로 분할하지 못하거나 일관되지 않은 방법으로 일부만 분할함.
				2-2	n 각형의 내각의 크기의 합을 구하는 과정 설명하기
	2	삼각형의 내각의 합이 180° 이고, n 각형이 $(n-2)$ 개의 삼각형으로 분할됨을 이용하여 n 각형의 내각의 합을 구하는 과정은 이해하고 있으나, 설명에 미흡함이 있음.			
	1	삼각형의 내각의 합이 180° 이고, n 각형이 $(n-2)$ 개의 삼각형으로 분할됨을 각각 제시하였으나 이를 이용하는 방법을 제시하지 못함.			
	0	유의미한 설명이 없음.			

문항		평가 요소	채점 요소	척도/배점	수행 수준(채점기준)
	2-3		꼭매맞춤 가능 여부 판단 및 이유 설명하기	3	정오각형의 한 내각의 크기를 구하고, 한 꼭짓점에 모이는 정오각형의 개수를 고려하여 테셀레이션이 불가능한 이유 타당하게 설명함.
				2	정오각형의 한 내각의 크기를 구하고, 한 꼭짓점에 모이는 정오각형의 개수를 고려하여 테셀레이션이 불가능한 이유 설명하였으나, 그 설명 방법에 미흡함이 있음.
				1	정오각형의 한 내각의 크기를 구하였으나 그 이후로 유의미한 설명이 없음.
				0	설명없이 다만 작성하였거나, 정오각형의 한 내각의 크기를 구하지 못함.
3	3-1		카메라 조리개 현상으로 유추할 수 있는 성질 서술하기	4	정육각형 조리개의 변화과정을 통해 다각형의 외각의 합이 360° 라는 성질을 타당하게 유추함.
				2	다각형의 외각의 합이 360° 라는 성질을 유추하였으나, 설명이 미흡하거나 없음.
				0	다각형의 외각의 합이 360° 라는 성질을 유추하지 못함.
	3-2	다각형의 외각의 크기의 합 추론하고 정당화 하기	외각의 성질의 논리적 타당성 설명하기	4	외각의 합이 360° 임을 논리적으로 도출함.
				3	n 각형의 내각의 합이 $180^\circ \times (n-2)$, n 개의 외각과 내각의 합이 $180^\circ \times n$ 까지 설명함.
				2	n 각형의 내각의 합이 $180^\circ \times (n-2)$ 까지 설명함.
				1	외각과 인접한 내각의 합이 180° 까지 설명함.
				0	유의미한 설명이 없음.
	3-3	정팔각형의 한 외각의 크기 구하고 과정 설명하기		2	정팔각형의 한 외각의 크기를 구하고, 그 과정을 타당하게 설명함.
				1	정팔각형의 한 외각의 크기를 구하고, 그 과정을 설명함에 미흡함이 있음.
				0	유의미한 설명과 결과가 없음.

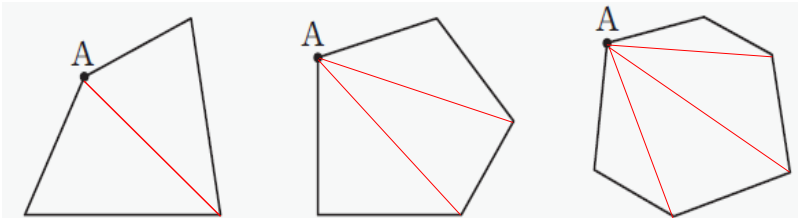
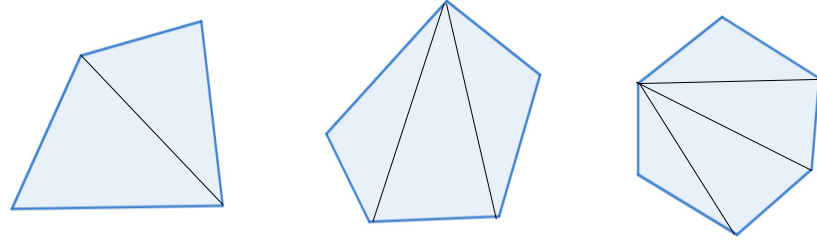
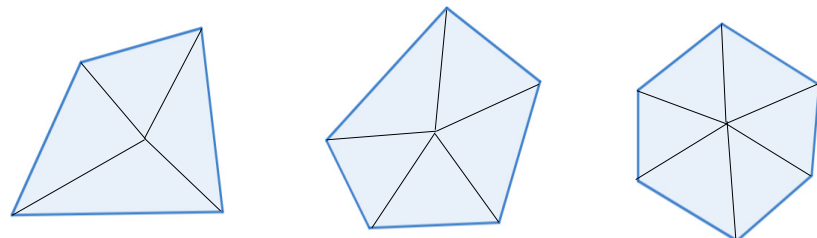


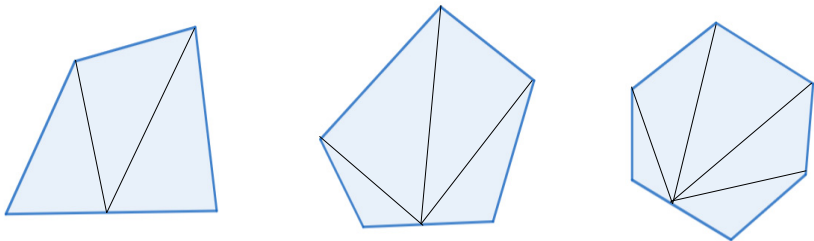
채점 시 유의점

- 대부분의 문항이 답을 구하고, 그 과정을 서술하도록 되어 있음. 결과는 맞지만 과정에 대한 설명이 불완전하다면 C 수준의 학생으로, 과정 설명이 논리적이고 완성도가 있다면 B 수준의 학생으로 변별할 수 있음. 구체적으로는 B 수준의 학생이라면 각 단계가 논리적으로 연결되어 있어 풀이 과정이 전반적으로 논리적이고 완성도가 있어야 하고 더불어, 수학적 용어를 정확하게 사용할 수 있어야 함.
- D, E 수준의 학생들을 위해 풀이 과정이 불완전하더라도 풀이를 시도한 부분에 대해 부분 점수를 부여하고, 그림이나 도표를 통한 설명도 인정할 수 있음.
- 다양한 방법으로 문제를 해결하거나 일반화하는 시도를 보이는 경우도 인정할 수 있음.
- 중학교 1학년 수준의 적절한 설명과 수학적 용어를 사용하였다면 정답으로 인정할 수 있음.



예시답안

문항		예시답안					
1	1-1						
			사각형	오각형	육각형	...	n각형
		꼭짓점의 개수	4	5	6	...	10
		한 꼭짓점에서 그을 수 있는 대각선의 수	1	2	3	...	n-3
	1-2	n각형의 한 꼭짓점에서 그을 수 있는 대각선은 꼭짓점 자신과 그와 이웃하는 두 꼭짓점을 제외한 (n-3)개이므로 n각형에서 그을 수 있는 대각선은 모두 n(n-3)개이다. 이때 각 대각선은 두 번씩 중복하여 세었으므로 대각선의 개수는 n(n-3)을 2로 나눈 $\frac{n(n-3)}{2}$개이다.					
1-3	1-2에서 n각형의 대각선의 수는 $\frac{n(n-3)}{2}$이므로 칠각형의 대각선의 수는 $\frac{7(7-3)}{2}=14$개다.						
2	2-1	예시 1)					
							
		사각형	오각형	육각형	...	십각형	
		2	3	4	...	8	
		$180^\circ \times 2$	$180^\circ \times 3$	$180^\circ \times 4$	...	$180^\circ \times 8$	
예시 2)							
							
사각형	오각형	육각형	...	십각형			
4	5	6	...	10			
$180^\circ \times 4 - 360^\circ$	$180^\circ \times 5 - 360^\circ$	$180^\circ \times 6 - 360^\circ$	...	$180^\circ \times 10 - 360^\circ$			

문항		예시답안															
		예시 3)  <table border="1"><thead><tr><th>사각형</th><th>오각형</th><th>육각형</th><th>...</th><th>십각형</th></tr></thead><tbody><tr><td>3</td><td>4</td><td>5</td><td>...</td><td>9</td></tr><tr><td>$180^\circ \times 3 - 180^\circ$</td><td>$180^\circ \times 4 - 180^\circ$</td><td>$180^\circ \times 5 - 180^\circ$</td><td>...</td><td>$180^\circ \times 9 - 180^\circ$</td></tr></tbody></table>	사각형	오각형	육각형	...	십각형	3	4	5	...	9	$180^\circ \times 3 - 180^\circ$	$180^\circ \times 4 - 180^\circ$	$180^\circ \times 5 - 180^\circ$	...	$180^\circ \times 9 - 180^\circ$
사각형	오각형	육각형	...	십각형													
3	4	5	...	9													
$180^\circ \times 3 - 180^\circ$	$180^\circ \times 4 - 180^\circ$	$180^\circ \times 5 - 180^\circ$	...	$180^\circ \times 9 - 180^\circ$													
	2-2	예시 1, 3)에 대한 예시답안임. n각형의 한 꼭짓점에서 대각선을 모두 그으면 $(n-2)$개의 삼각형으로 나뉘고, 삼각형의 내각의 합은 180° 이므로 n각형의 내각의 크기의 합은 $180^\circ \times (n-2)$이다.															
	2-3	정오각형 한 내각의 크기는 2-2의 결과를 이용하면 $\frac{180^\circ \times 3}{5} = 108^\circ$ 이다. 이때, 한 꼭짓점에 정오각형을 3개 모으면 $108^\circ \times 3 = 324^\circ$ 가 되고, 4개 모으면 $108^\circ \times 4 = 432^\circ$ 가 되어 360° 가 되지 않으므로 한 꼭짓점에 정수개의 정오각형으로는 꼭매맞춤을 만들 수 없다.															
3	3-1	조리개 내부에 있는 다각형은 조리개가 닫힘에 따라 크기가 작아지지만 외각의 크기를 일정하게 유지됨을 관찰할 수 있다. 마지막에 조리개가 완전히 닫힌 모습을 통해 다각형의 외각의 총합은 360° 임을 유추할 수 있다.															
	3-2	한 꼭짓점에서 인접한 외각과 내각의 합은 180° 이다. n각형에서는 n개의 꼭짓점이 있으므로 n개의 내각과 외각의 합은 $180^\circ \times n$이다. 이때, n각형의 내각의 크기의 합이 $180^\circ \times (n-2)$ 이므로 외각의 합은 $180^\circ \times n - 180^\circ \times (n-2) = 360^\circ$ 이다.															
	3-3	정팔각형의 외각의 크기의 합은 360° 이고, 정팔각형은 8개의 외각을 갖는 정다각형이므로 각 외각의 크기가 모두 같다. 따라서, 한 외각의 크기는 $360^\circ \div 8 = 45^\circ$ 이다.															



피드백 시 유의점

- 평가문항과 수업 시간에 학습한 내용은 연계되어 있으므로 수업 시간에 활동한 내용을 상기시켜 피드백하도록 함.
- 성취기준별 성취수준을 토대로 학생이 어느 수준에 도달했는가를 판별할 수 있는 문항인지 안내하여 학생이 더 높은 수준으로 성장할 수 있도록 지원하도록 함.
- 해당 학생의 수준보다 높은 수준으로 응답한 결과를 보여줌으로써 부족한 점을 확인하여 성장할 수 있도록 지원함.

1 평가 개요

학교급	중학교	학년	1학년
과목명	수학	영역	도형과 측정
성취기준		성취기준별 성취수준	
[9수03-08] 입체도형의 겉넓이와 부피를 구할 수 있다.		A	기둥, 뿔, 구의 겉넓이와 부피를 구하는 과정을 이용하여 입체도형의 겉넓이와 부피를 구하고 그 과정을 설명할 수 있다.
		B	기둥, 뿔, 구의 겉넓이와 부피를 구하는 과정을 이용하여 입체도형의 겉넓이와 부피를 구할 수 있다
		C	기둥, 뿔, 구의 겉넓이와 부피를 구하는 과정을 이해하고, 이를 구할 수 있다.
		D	기둥, 뿔, 구의 겉넓이와 부피를 구할 수 있다.
		E	기둥, 뿔, 구의 겉넓이와 부피 중 일부를 구할 수 있다.
평가 요소	• 원기둥의 부피 구하기 • 원기둥의 부피를 이용한 입체도형의 부피 구하고 설명하기 • 구의 부피 계산하고 설명하기 • 크기가 다른 구의 겉넓이 계산하고 비교하기 • 음식을 꼭꼭 씹어야 하는 이유를 입체도형의 겉넓이와 부피를 이용하여 추론하여 설명하기		
수행 과제	입체도형의 겉넓이와 부피 탐구하기		
평가 유형	수행평가 논술형	배점	30
논술형 평가 제작 의도 (출제 의도)	• 프로젝트형 수행평가 활동을 통해 입체도형의 겉넓이와 부피를 찾고 그 과정을 설명하는 과정을 경험하고, 생활 속 다양한 상황과 연결하여 문제를 해결하는 과정을 통해 입체도형의 성질을 탐구하고자 함. • 수행(논술형) 평가를 통해 생활 속 다양하고 새로운 상황의 문제를 수학적 개념과 원리를 이용하여 해결하고 논리적으로 설명하는 경험을 통해 수학적 문제해결 역량과 의사소통 역량을 기르고자 함. • 본 문항은 성취수준 C를 고려하여 출제한 것으로 C 수준의 학생들은 원기둥과 구의 겉넓이와 부피를 구하는 과정을 이해하고 이를 이용하여 구의 겉넓이와 부피를 구하고 그 과정과 의미를 설명할 수 있도록 설계함. • 1-1, 2-1, 2-2번 문항은 성취수준 C를 고려하여 출제한 것이고, C 수준을 판별하기 위한 문항으로 부피 또는 겉넓이를 각각 구하도록 함. • 1-2, 2-3번 문항에서는 부피와 겉넓이를 구하는 과정을 이해하고 이를 이용하여 새로운 입체도형의 부피를 구하거나, 결과를 비교하여 문제해결 과정과 결과의 의미를 논리적으로 설명하도록 하여 각각 A 수준과 B 수준을 고려하여 논술 평가 문항을 설계함.		



평가요소별 수행 수준

평가 요소	수준	수행 수준
원기둥의 부피 구하기 입체도형의 부피 구하는 과정 설명하기	A	원기둥의 부피를 구하는 과정을 이용하여 입체도형의 부피를 구하고 그 과정을 설명할 수 있다.
	B	원기둥의 부피를 구하는 과정을 이용하여 입체도형의 부피를 구할 수 있다
	C	원기둥의 부피를 구하는 과정을 이해하고, 이를 구할 수 있다.
	D	원기둥의 부피를 구할 수 있다.
	E	원기둥의 부피 중 일부를 구할 수 있다.
구의 부피 계산하고 설명하기	A	구의 부피를 구하는 과정을 이용하여 입체도형의 부피를 구하고 그 과정을 설명할 수 있다.
	B	구의 부피를 구하는 과정을 이용하여 입체도형의 부피를 구할 수 있다
	C	구의 부피를 구하는 과정을 이해하고, 이를 구할 수 있다.
	D	구의 부피를 구할 수 있다.
	E	구의 부피 중 일부를 구할 수 있다.
크기가 다른 구의 겹넓이 계산하고 비교하기	A	구의 겹넓이를 구하는 과정을 이용하여 입체도형의 겹넓이를 구하고 그 과정을 설명할 수 있다.
	B	구의 겹넓이를 구하는 과정을 이용하여 입체도형의 겹넓이를 구할 수 있다
	C	구의 겹넓이를 구하는 과정을 이해하고, 이를 구할 수 있다.
	D	구의 겹넓이를 구할 수 있다.
	E	구의 겹넓이 중 일부를 구할 수 있다.
입체도형의 겹넓이와 부피를 이용하여 추론하고 설명하기	A	구의 겹넓이와 부피를 구하는 과정을 이용하여 입체도형의 겹넓이와 부피를 구하고 그 과정을 설명할 수 있다.
	B	구의 겹넓이와 부피를 구하는 과정을 이용하여 입체도형의 겹넓이와 부피를 구할 수 있다
	C	구의 겹넓이와 부피를 구하는 과정을 이해하고, 이를 구할 수 있다.
	D	구의 겹넓이와 부피를 구할 수 있다.
	E	구의 겹넓이와 부피 중 일부를 구할 수 있다.

2

수업 계획 및 흐름도

	1차시	2차시	3차시	4차시
수업 흐름도	굴껍질을 이용한 구의 겹넓이 실험 등을 통해 구의 겹넓이와 부피 탐구	적정기술과 입체도형 탐구 큐 드럼(Q-drum)의 부피 계산하기 활동을 통해 새로운 입체도형의 부피와 겹넓이를 탐구	구, 원뿔, 원기둥 사이의 관계 비교를 통해 입체도형의 부피와 겹넓이 문제해결	입체도형의 부피와 겹넓이 구하고 일상에서 적용하기
평가 방법	프로젝트 평가	프로젝트 평가	.	논술형 평가
수업-평가 연계 주안점	구의 부피와 겹넓이 문제해결 하기	적정기술과 큐 드럼의 의미와 새로운 입체도형 부피 탐구하기	논술형 평가 문항 안내하기	평가를 통해 학습 과정 성찰하기

3 평가 문항

문항 정보

문항	교과 역량	성취기준	평가 요소
1	1-1	추론, 문제해결 [9수03-08] 입체도형의 겉넓이와 부피를 구할 수 있다.	• 원기둥의 부피 구하기
	1-2		• 원기둥의 부피를 이용한 입체도형의 부피 구하고 설명하기
2	2-1		• 구의 부피 계산하고 설명하기
	2-2		• 크기가 다른 구의 겉넓이 계산하고 비교하기
	2-3		• 입체도형의 겉넓이와 부피를 이용하여 추론하고 설명하기

평가 문항

1

다음은 이동형 물통 ‘큐 드럼’에 대한 설명이다. 글을 읽고, 물음에 답하시오. [총 10점]

알고 있었나요?

지구상에 사는 80억 명의 사람들 중 21억 명이 심각한 물 부족의 영향을 받고 있습니다. 이는 전 세계 인구의 25% 이상입니다.

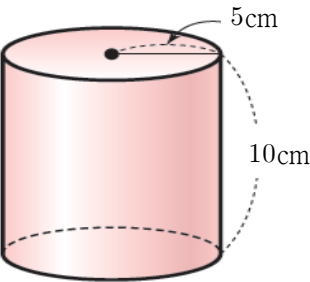
북미 가족은 하루에 300갤런(1,136리터) 이상의 물을 사용하지만, 아프리카의 평균 가족은 하루에 5갤런(19리터)만 사용합니다. 월드 비전은 아프리카와 아시아에서 물을 얻기 위해 걷는 평균 거리가 3.7마일(6km)라고 말합니다. 여성과 어린이가 대부분의 부담을 지고 있으며, 전 세계 여러 지역에서 약 5갤런(19리터)의 무거운 물 짐을 머리에 이고 균형을 잡습니다.

이러한 문제를 해결하기 위해 개발된 이동형 물통이 ‘큐 드럼(Q-drum)’입니다. 큐 드럼은 원기둥의 가운데에 구멍이 뚫린 회전체 모양으로, 끈을 달아서 굴리기만 하면 많은 양의 물을 쉽게 운반할 수 있습니다.

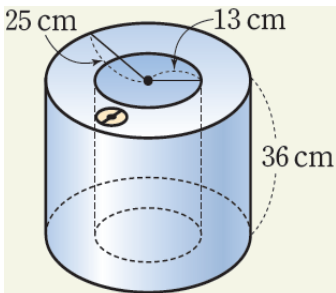



[출처 : www.hipporollerusa.org, 미래엔 수학 1 교과서(2015 개정) p.238]

1-1. 그림과 같은 원기둥의 부피를 구하고 그 과정을 서술하시오. [3점]

 [그림 출처 : 미래엔 중학교 수학 1 교과서(2015 개정)]	
--	--

1-2. 그림의 큐 드럼은 원기둥의 가운데가 뚫려있는 회전체이다. 큐 드럼의 부피를 구하고 그 과정을 설명하시오. [7점]

 [그림 출처 : 미래엔 중학교 수학 1 교과서(2015 개정)]	
---	--

2

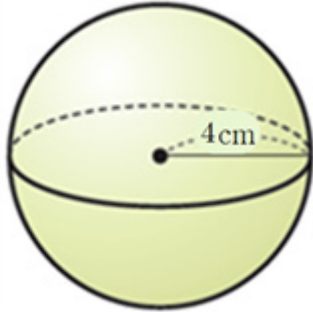
다음은 소화의 원리에 대한 설명이다. 이 글을 바탕으로 음식물 알갱이를 구 모양이라 가정하여 음식물을 꼭꼭 씹어 넘겨야 소화가 잘된다는 사실을 수학적으로 설명하고자 한다. 물음에 답하시오. [총 20점]

음식물을 씹을 때 침샘에서 분비되는 침에는 아밀레이스라는 효소가 포함되어 있다. 아밀레이스는 탄수화물을 분해하는데 도움을 주며, 입에서 음식을 씹으면서 탄수화물의 소화가 시작된다. 음식을 씹는 과정은 음식을 더 작은 크기로 분해하여 소화 효소들이 더 효과적으로 작용할 수 있도록 돕는다. 충분히 씹지 않으면 아밀레이스가 충분히 작용하지 못하고 소화가 어려워질 수 있다. 그래서 같은 양의 음식을 먹더라도 꼭꼭 씹으면 음식물이 더 잘게 쪼개지고 침과 잘 섞여 소화가 잘되는 것이다.

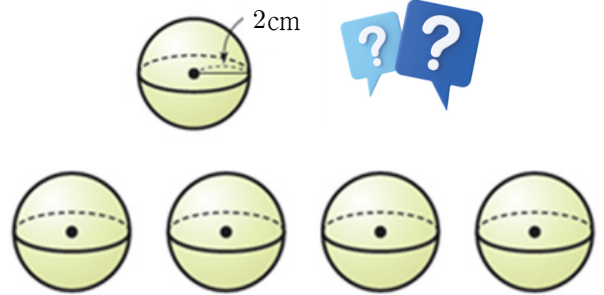
[출처 : EBS MATH 중1_도형과 측정, 꼭꼭 씹어 먹어요]

2-1. 그림은 반지름의 길이가 4cm 인 구 모양의 음식물 알갱이를 반지름의 길이가 2cm 인 작은 구 모양의 알갱이로 나눈 것이다. 이때, 반지름의 길이가 4cm 인 구의 부피는 반지름의 길이가 2cm 인 구 x 개의 부피와 같다. x 의 값을 구하고 그 과정을 서술하시오. [8점]

반지름의 길이가 4cm 인 구 모양의 음식물 알갱이



반지름의 길이가 2cm 인 작은 구 모양의 알갱이



[그림 출처 : 미래엔 중학교 수학 1 교과서(2015 개정)]

2-2. 2-1에서 구한 x 의 값을 이용하여 반지름의 길이가 4cm 인 구의 겉넓이와 반지름의 길이가 2cm 인 구 x 개의 겉넓이의 합을 각각 구하고, 이를 비교하시오. [8점]

2-3. 음식물 알갱이를 잘게 찳았을 때 음식물 알갱이들의 부피와 겉넓이를 비교하여 음식을 꼭꼭 씹어 넘겨야 소화가 잘된다는 사실을 수학적으로 설명하시오. [4점]



채점기준표

문항	평가 요소	채점 요소	척도/배점	수행 수준(채점기준)
1	1-1	원기둥의 부피 구하기	3	원기둥의 부피를 구하는 식과 답을 모두 옳게 제시함.
			2	원기둥의 부피를 구하는 식을 제시하였으나 풀이 과정에서 일부 오류를 범함.
			1	원기둥의 부피 구하는 식과 답을 옳게 제시하지 못함.
	1-2	입체도형의 부피 구하는 과정 설명하기	4	큐 드럼의 부피를 구하는 풀이 과정에 대해 논리적으로 설명함.
			3	큐 드럼의 부피 구하는 풀이 과정에 일부 오류를 범함.
			2	큐 드럼의 부피를 구하는 풀이 과정을 설명하지 못하였으나 (큐 드럼의 부피)=(큰 원기둥의 부피)-(작은 원기둥의 부피)임을 설명함.
			1	큐 드럼의 부피를 구하는 과정에 대해 설명하지 못함.
		큐 드럼의 부피 계산하기	3	큐 드럼의 부피를 옳게 구함.
			2	큐 드럼의 부피를 구하고자 하였으나 큰 원기둥 혹은 비어있는 원기둥 중 하나만 옳게 제시함.
			1	큰 원기둥 혹은 비어있는 원기둥의 부피를 모두 옳게 구하지 못함.
2	2-1	구의 부피 구하고 설명하기	6	반지름이 4cm, 2cm 인 구의 부피를 각각 구하고 그 과정을 모두 옳게 제시함.
			5	두 개의 구 중 하나는 모두 옳게 제시하였으나, 다른 구의 부피 또는 과정 중 일부 오류를 범함.
			4	하나의 구에 대해서만 구의 부피와 과정을 모두 옳게 제시함.
			3	하나의 구에 대해서만 구의 부피와 과정 중 어느 한 가지를 옳게 제시함.
			2	두 구의 부피와 그 과정을 옳게 제시하지 못함.
		구의 부피 결과 비교하기	2	x 의 값을 옳게 구함.
			1	x 의 값을 구하지 못함.
	2-2	구의 겹넓이 구하기	6	반지름이 4cm, 2cm 인 구의 겹넓이를 각각 구하고 그 과정을 모두 옳게 제시함.
			5	두 개의 구 중 하나는 모두 옳게 제시하였으나, 다른 구의 겹넓이 또는 과정 중 일부 오류를 포함함.
			4	하나의 구에 대해서만 구의 겹넓이와 과정을 모두 옳게 제시함.
			3	하나의 구에 대해서만 구의 겹넓이와 과정 중 어느 한 가지를 옳게 제시함.
			2	두 구의 겹넓이와 그 과정을 옳게 제시하지 못함.
		구의 겹넓이 결과 비교하기	2	반지름이 4cm, 2cm 인 두 구의 겹넓이를 비교하여 8배가 된다는 것을 옳게 설명함.
			1	두 구의 부피 관계를 설명하지 못함.
	2-3	입체도형의 겹넓이와 부피를 이용하여 추론하고 설명하기	4	부피는 같지만 겹넓이는 반지름이 절반인 구 8개가 더 크다는 사실과 주어진 글을 이용하여 논리적으로 설명함.
			3	주어진 글을 이용하여 설명하였으나 부피와 겹넓이와의 연결에 일부 오류를 포함함.
			2	주어진 글을 이용하여 설명하였으나 수학적인 근거를 연결하지 제시하지 못함.
			1	부피와 겹넓이에 관계와 그 의미를 제시하지 못함.



채점 시 유의점

- 큐 드럼의 부피를 식으로 제시하지 못하였으나 큰 원기둥과 작은 원기둥 부피의 차로 계산할 수 있음을 그림 또는 말로 설명한 경우도 가능함.
- D 수준의 경우 큐 드럼을 구성하는 일부 원기둥의 부피를 계산하거나, 설명하는 과정에 오류 가능성이 있음.
- 주어진 구와 반지름이 절반인 구의 부피와 겹넓이를 계산하고 비교하고자 함. 부피는 같지만 겹넓이의 차이가 있다는 것의 의미를 소화와 연결하여 사고하도록 함.
- D 수준의 경우 논리적인 설명에 부족함이 있으나, 계산 및 설명 과정에 일부 오류가 포함될 수 있음.



예시답안

문항		예시답안
1	1-1	반지름의 길이가 5cm이고 높이가 10cm인 원기둥의 부피는 밑넓이×높이= $5^2\pi \times 10 = 25\pi \times 10 = 250\pi$ (cm ³)
	1-2	큐 드럼의 부피는 큰 원기둥의 부피 - 작은 원기둥의 부피이다. 큰 원기둥의 부피는 반지름의 길이가 25cm이고 높이가 36cm이므로 밑넓이×높이= $25^2\pi \times 36 = 625\pi \times 36 = 22500\pi$ (cm ³) 작은 원기둥의 부피는 반지름의 길이가 13cm이고 높이가 36cm이므로 밑넓이×높이= $13^2\pi \times 36 = 169\pi \times 36 = 6084\pi$ (cm ³) 따라서 큐 드럼의 부피는 $22500\pi - 6084\pi = 16416\pi$ (cm ³)
2	2-1	반지름의 길이가 4cm인 구의 부피는 $\frac{4}{3}\pi \times 4^3 = \frac{256}{3}\pi$ (cm ³) 반지름의 길이가 2cm인 구의 부피는 $\frac{4}{3}\pi \times 2^3 = \frac{32}{3}\pi$ (cm ³) 이다. 이때, 반지름의 길이가 2cm인 구 x 개의 부피는 반지름의 길이가 4cm인 구의 부피와 같다. 따라서 반지름의 길이가 2cm인 구 x 개의 부피는 $\frac{32}{3}\pi \times x = \frac{256}{3}\pi$ (cm ³)이므로 $x = 8$ 이다.
	2-2	반지름의 길이가 4cm인 구의 겹넓이는 $4\pi r^2 = 4\pi \times 4^2 = 64\pi$ (cm ²)이고, 반지름의 길이가 2cm인 구의 겹넓이는 $4\pi r^2 = 4\pi \times 2^2 = 16\pi$ (cm ²)이다. 이때, 2-1에서 $x = 8$ 이므로 반지름의 길이가 2cm인 구 8개의 겹넓이의 합은 $16\pi \times 8 = 128\pi$ (cm ²)이다. 따라서 (반지름의 길이가 4cm인 구의 겹넓이) < (반지름의 길이가 2cm인 구 8개의 겹넓이의 합)
	2-3	부피는 같지만 구 모양의 음식을 꼭꼭 씹어 잘게 쪼갠 음식물의 겹넓이의 합은 처음 음식물의 겹넓이보다 더 크다. 즉, 음식물과 소화 효소가 닿는 부분이 넓어지므로 소화가 더 잘 된다. 따라서 같은 양의 음식을 먹더라도 음식물을 꼭꼭 씹어 넘겨야 소화가 잘된다고 할 수 있다.



피드백 시 유의점

- 성취기준을 확인하고, 내용과 문항의 난이도, 성취수준 부합 정도를 고려함.
- 해당 학생의 수준보다 높은 수준으로 응답한 결과를 확인하여 그와 함께 피드백할 수 있음.
- 평소 수업 시간에 학생을 관찰한 내용을 고려함.
- 기둥과 뿔에서 높이는 같지만 반지름이 $\frac{1}{2}$ 인 경우의 부피와 겹넓이에 대해 계산하고 비교하는 과정을 경험하게 하고 피드백할 수 있음.
- 주어진 구를 같은 크기의 $\frac{1}{4}$ 조각, $\frac{1}{8}$ 조각으로 나눈 경우의 부피와 겹넓이에 대해 계산하고 비교하는 과정을 경험하게 하고 피드백할 수 있음.

1 평가 개요

학교급	중학교	학년	2학년
과목명	수학	영역	수와 연산
성취기준		성취기준별 성취수준	
[9수01-06] 순환소수의 뜻을 알고, 유리수와 순환소수의 관계를 설명할 수 있다.		A	유한소수 또는 순환소수로 나타낼 수 있는 분수의 특징을 이해하고, 순환소수를 분수로 나타내는 과정을 설명할 수 있으며 이를 통해 유리수와 순환소수의 관계를 설명할 수 있다.
		B	유한소수 또는 순환소수로 나타낼 수 있는 분수의 특징을 이해하고, 순환소수를 분수로 나타낼 수 있으며 이를 통해 유리수와 순환소수의 관계를 이해한다.
		C	유한소수 또는 순환소수로 나타낼 수 있는 분수의 특징을 이해하고, 순환소수를 분수로 나타낼 수 있다.
		D	순환소수의 뜻을 알고 주어진 분수 중 유한소수 또는 순환소수로 나타낼 수 있는 분수를 구분할 수 있으며, 순환소수 중 일부를 분수로 나타낼 수 있다.
		E	순환소수의 뜻을 알고 안내된 절차에 따라 순환소수를 분수로 나타낼 수 있다.
평가 요소	• 순환소수의 뜻 알기 • 순환소수를 분수로 나타내기 • 순환소수를 분수로 나타내는 과정 설명하기		
수행 과제	순환소수를 이용하여 스마트폰 패턴 암호화하기		
평가 유형	수행평가 논술형	배점	20
논술형 평가 제작 의도 (출제 의도)	• 본 문항의 출제 의도는 중학생한테 친숙한 소재인 스마트폰 패턴을 활용하여 실생활 문제 상황을 설정함으로써 학생들의 흥미를 유도하고, 이를 통해 학생들이 순환소수의 뜻을 알고 있는지, 순환소수를 분수로 나타낼 수 있는지 확인하고 이를 평가하는 것이다. • 학생들이 순환소수의 개념을 스마트폰 패턴을 암호화 및 복호화하는 과정에 적용해봄으로써 수학의 필요성과 유용성을 느낄 수 있도록 한다. • 학생들이 본 수행평가의 문항을 이해하는 데 도움을 주기 위해 수행평가를 보기 전에 수업을 통해서 학생들이 수행평가의 문제 상황을 미리 경험하고 연습하는 시간을 갖는다. • 본 문항은 성취수준 A, C, E를 고려하여 출제한 것으로, E 수준의 학생들은 순환소수의 뜻을 알고, 순환소수를 간단히 나타낼 수 있고, C수준의 학생들은 순환소수로 나타낼 수 있는 분수의 특징을 이해하고, 순환소수를 분수로 나타낼 수 있다. 그리고 A수준의 학생들은 순환소수를 분수로 나타내는 과정을 설명할 수 있으므로 해당 성취수준의 학생들을 확인할 수 있도록 문항을 설계하였다. • 1번 문항은 성취수준 E를 고려하여 출제한 것이고, 2, 3번 문항은 성취수준 C을 고려하여 출제한 것이고, 4번 문항은 성취수준 A를 판단할 수 있는 문항이다. • 본 문항의 난이도나 조건을 변경함으로써 해당 문항을 성취수준 B나 D를 고려한 문항으로 출제할 수 있다.		



평가요소별 수행 수준

평가 요소	수준	수행 수준
순환소수의 뜻 알기	A	순환소수를 순환마디의 양 끝의 숫자 위에 점을 찍어 간단히 나타낼 수 있고, 간단히 나타낸 순환소수를 무한소수로 나타낼 수 있다.
	B	순환소수를 순환마디의 양 끝의 숫자 위에 점을 찍어 간단히 나타낼 수 있다.
	C	순환소수에서 순환마디를 찾을 수 있다.
	D	무한소수를 순환소수인 것과 아닌 것으로 구분할 수 있다.
	E	소수를 유한소수와 무한소수로 구분할 수 있다.
순환소수를 분수로 나타내기	A	순환소수를 다양한 방법을 이용하여 분수로 나타낼 수 있다.
	B	순환소수를 분수로 나타낼 수 있다.
	C	순환소수 중 일부를 분수로 나타낼 수 있다.
	D	유한소수 또는 순환소수로 나타낼 수 있는 분수의 특징을 이해한다.
	E	분수 중 유한소수 또는 순환소수로 나타낼 수 있는 분수를 구분할 수 있다.
순환소수를 분수로 나타내는 과정 설명하기	A	순환소수를 분수로 나타낼 수 있고, 그 과정을 설명할 수 있으며 이를 통해 유리수와 순환소수의 관계를 설명할 수 있다.
	B	순환소수를 분수로 나타낼 수 있고, 그 과정을 설명할 수 있으며 이를 통해 유리수와 순환소수의 관계를 이해한다.
	C	순환소수를 다양한 방법을 이용하여 분수로 나타낼 수 있고, 그 과정을 설명할 수 있다.
	D	순환소수를 분수로 나타낼 수 있고, 그 과정을 설명할 수 있다.
	E	순환소수를 분수로 나타낼 수 있고, 그 과정을 일부 설명할 수 있다.

2

수업 계획 및 흐름도

	1차시	2차시	3차시	4차시	5차시
수업 흐름도	순환소수의 뜻 알아보기	순환소수를 분수로 나타내기	순환소수를 실생활에 적용하는 방법 생각하기	순환소수를 활용한 스마트폰 패턴 설정하기	실생활 활용 문제를 이용하여 배운 개념 평가하기
평가 방법	.	토의·토론 평가	.	.	논술형 평가
수업-평가 연계 주안점	에듀테크(퀴즈 도구)를 이용하여 학생들이 배운 개념 확인하고 학생들의 수준에 맞는 문제 제공하기	AI교수학습 플랫폼(하이러닝)을 이용하여 각 모듈별로 조사한 순환소수를 분수로 나타내는 방법 발표 및 공유하기	순환소수를 실생활에 적용하는 방법을 개별로 조사하여 정리한 보고서를 제출하기	순환소수를 실생활에 적용한 사례인 스마트폰 패턴 설정하기를 통해 학생들이 배운 순환소수의 개념을 적용하기	학생들이 작성한 수행평가지 내용을 통해 오개념이 있거나 사고 과정을 확인해 볼 필요가 있는 내용 중심으로 개별 피드백 제공하기

3 평가 문항

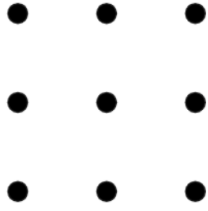
문항 정보

문항	교과 역량	성취기준	평가 요소
1	문제해결, 추론, 의사소통, 정보처리	[9수01~06] 순환소수의 뜻을 알고, 유리수와 순환소수의 관계를 설명할 수 있다.	• 순환소수의 뜻 알기
2			• 순환소수를 분수로 나타내기
3			• 순환소수를 분수로 나타내는 과정 설명하기
4			

평가 문항

1~4

학생 A는 <스마트폰 패턴 설정 규칙>에 따라 설정한 스마트폰 패턴을 암호화하는 방법을 만들었다. 물음에 답하시오. [총 20점]



<스마트폰 패턴 설정 규칙>

- 9개의 점 중에서 4개 이상의 점을 연결한다.
- 손가락으로 각 점을 연결할 때 손가락을 뗄 수 없다.
- 한 번 지나간 점은 다시 지나갈 수 없다.

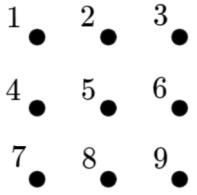
<스마트폰 패턴을 암호화하는 학생 A의 방법>

- [그림 1]과 같이 각 점에 숫자를 지정한다.
- 연결한 각 점에 대응하는 수를 이용하여 다음과 같은 순환소수를 만든다.

(1) 정수 부분은 00이다.

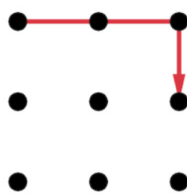
(2) 소수점 아래 첫째 자리에서부터 순환마디가 시작된다.

(3) 순환마디는 연결한 각 점에 대응하는 수를 순서대로 나열한 것이다.
- 위에서 만든 순환소수를 분수로 나타낸다.



[그림 1]

※ 예를 들어, [그림 2]와 같이 설정한 패턴을 암호화하면 1, 2, 3, 6에 해당하는 점들을 연결했기 때문에 순환소수 0.1236을 분수로 나타낸 결과와 같다.



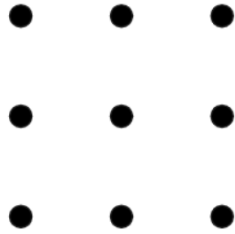
[그림 2]

암호화 →

$$\frac{412}{3333}$$

1. 다음은 학생 A가 설정한 스마트폰 패턴을 암호화한 결과이다. 암호화한 결과를 순환소수로 나타내고, 학생 A가 설정한 스마트폰 패턴을 그리시오. (단, 패턴을 그릴 때 가장 마지막에 연결하는 점은 화살표로 연결하시오.) [4점]

〈스마트폰 패턴〉



암호화 →

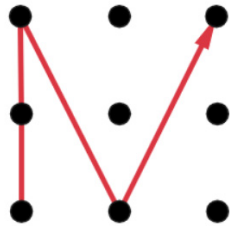
〈암호화한 결과〉

$$\begin{array}{r} 361 \\ \hline 1111 \end{array}$$

∴ (순환소수) : _____

2. 다음과 같이 스마트폰 패턴을 설정했을 때, 학생 A가 만든 방법을 이용하여 설정한 패턴을 암호화한 결과를 구하고, 〈예시〉와 같은 방법을 이용하여 암호화하는 과정을 서술하시오. [5점]

〈스마트폰 패턴〉



암호화 →

〈암호화한 결과〉

〈예시〉

순환소수 $0.\dot{1}\dot{2}$ 를 10의 거듭제곱을 이용하여 다음과 같이 분수로 나타낼 수 있다. 순환소수 $0.\dot{1}\dot{2}$ 를 x 라고 하면

$$x = 0.121212 \dots \dots \textcircled{1}$$

①의 양변에 100을 곱하면

$$100x = 12.121212 \dots \dots \textcircled{2}$$

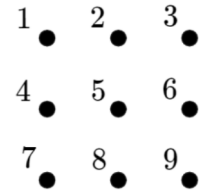
②에서 ①을 뺀다 빼면 ... (중략)

(암호화하는 과정)

3. 학생 B는 학생 A가 만든 방법을 응용하여 암호화하는 새로운 방법을 만들었다. 자신의 스마트폰 패턴을 그린 후, 학생 B가 만든 방법을 이용하여 암호화한 결과를 구하고, <예시>와 같은 방법을 이용하여 암호화하는 과정을 서술하시오. [5점]

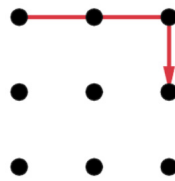
<스마트폰 패턴을 암호화하는 학생 B의 방법>

- [그림 1]과 같이 각 점에 숫자를 지정한다.
- 연결한 각 점에 대응하는 수를 이용하여 다음과 같은 순환소수를 만든다.
 - (1) 정수 부분은 0이다.
 - (2) 가장 마지막에 연결한 점에 대응하는 수를 소수점 아래 첫째 자리에 놓는다.
 - (3) 소수점 아래 둘째 자리에서부터 순환마디가 시작된다.
 - (4) 순환마디는 연결한 점 중 가장 마지막에 연결한 점을 제외한 점에 대응하는 수를 순서대로 나열한 것이다.
- 위에서 만든 순환소수를 분수로 나타낸다.



[그림 1]

※ 예를 들어, [그림 2]와 같이 설정한 패턴을 암호화하면 1, 2, 3, 6에 해당하는 점들을 연결했기 때문에 순환소수 $0.6\dot{1}23$ 을 분수로 나타낸 나타낸 결과와 같다.

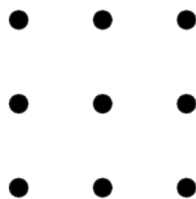


[그림 2]

암호화 →

$$\frac{2039}{3330}$$

<스마트폰 패턴>



암호화 →

<암호화한 결과>

<예시>

순환소수 $0.1\dot{2}$ 를 10의 거듭제곱을 이용하여 다음과 같이 분수로 나타낼 수 있다. 순환소수 $0.1\dot{2}$ 를 x 라고 하면

$$x = 0.1222 \dots \dots \textcircled{1}$$

①의 양변에 10, 100을 각각 곱하면

$$10x = 1.222 \dots \dots \textcircled{2}$$

$$100x = 12.222 \dots \dots \textcircled{3}$$

③에서 ②를 변끼리 빼면 ... (중략)

<암호화하는 과정>

4. 학생 A와 학생 B가 각각 만든 방법과 같이 순환소수를 이용하여 스마트폰 패턴을 암호화하는 새로운 방법을 만들어 다음 표를 완성하시오. 그리고 학생 A와 학생 B가 각각 만든 방법에서 순환소수를 분수로 나타내는 과정을 비교했을 때, 어떤 차이점이 있는지 설명하시오. [6점]

〈스마트폰 패턴을 암호화하는 새로운 방법〉

- [그림 1]과 같이 각 점에 숫자를 지정한다.
- 연결한 각 점에 대응하는 수를 이용하여 다음과 같은 순환소수를 만든다.

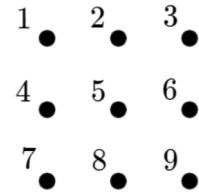
(1)

(2)

(3)

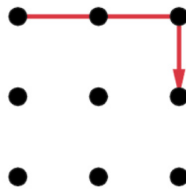
(4)

- 위에서 만든 순환소수를 분수로 나타낸다.



[그림 1]

※ 예를 들어, [그림 2]와 같이 설정한 패턴을 암호화하면 1, 2, 3, 6에 해당하는 점들을 연결했기 때문에 순환소수 _____을/를 분수로 나타낸 나타낸 결과와 같다.



[그림 2]

암호화 →

(학생 A와 학생 B가 각각 만든 방법에서 순환소수를 분수로 나타내는 과정의 차이점)



채점기준표

문항	평가 요소	채점 요소	척도/배점	수행 수준(채점기준)
1	순환소수의 뜻 알기	암호화한 결과를 통해 설정한 스마트폰 패턴 알아내기	4	순환소수를 옳게 구하고, 설정한 스마트폰 패턴을 정확하게 그림.
			3	순환소수를 옳게 구했으나, 설정한 스마트폰 패턴을 정확하게 그리지 못함.
			2	순환소수를 옳게 구하지 못했으나, 설정한 스마트폰 패턴을 정확하게 그림.
			1	순환소수를 옳게 구하지 못하고, 설정한 스마트폰 패턴을 정확하게 그리지 못함.
2	순환소수를 분수로 나타내기	주어진 스마트폰 패턴으로부터 순환소수를 구하고, 이를 분수로 나타내기	5	주어진 스마트폰 패턴으로부터 순환소수를 옳게 구하고, 암호화하는 과정을 <예시>와 같은 방법을 이용하여 암호화한 결과를 옳게 나타냄.
			4	주어진 스마트폰 패턴으로부터 순환소수를 옳게 구하고, 암호화하는 과정을 <예시>와 같은 방법이 아닌 다른 방법을 이용하여 암호화한 결과를 옳게 나타냄.
			3	주어진 스마트폰 패턴으로부터 순환소수를 옳게 구하였으나, 암호화한 결과를 옳게 나타내지 못함.
			2	주어진 스마트폰 패턴으로부터 순환소수를 옳게 구하지 못했으나, 암호화하는 과정 없이 암호화한 결과를 옳게 나타냄.
			1	주어진 스마트폰 패턴으로부터 순환소수를 옳게 구하지 못하고, 암호화한 결과를 옳게 나타내지 못함.
3	순환소수를 분수로 나타내기	자신의 스마트폰 패턴으로부터 순환소수를 구하고, 이를 분수로 나타내기	5	주어진 스마트폰 패턴으로부터 순환소수를 옳게 구하고, 암호화하는 과정을 <예시>와 같은 방법을 이용하여 암호화한 결과를 옳게 나타냄.
			4	주어진 스마트폰 패턴으로부터 순환소수를 옳게 구하고, 암호화하는 과정을 <예시>와 같은 방법이 아닌 다른 방법을 이용하여 암호화한 결과를 옳게 나타냄.
			3	주어진 스마트폰 패턴으로부터 순환소수를 옳게 구하였으나, 암호화한 결과를 옳게 나타내지 못함.
			2	주어진 스마트폰 패턴으로부터 순환소수를 옳게 구하지 못했으나, 암호화하는 과정 없이 암호화한 결과를 옳게 나타냄.
			1	주어진 스마트폰 패턴으로부터 순환소수를 옳게 구하지 못하고, 암호화한 결과를 옳게 나타내지 못함.
4	순환소수를 분수로 나타내는 과정 설명하기	순환소수를 이용하여 스마트폰 패턴을 암호화하는 새로운 방법 만들기	4	순환소수를 이용하여 스마트폰 패턴을 암호화하는 새로운 방법을 만들고, 이를 이용하여 주어진 스마트폰 패턴을 암호화한 결과를 옳게 나타냄.
			3	순환소수를 이용하여 스마트폰 패턴을 암호화하는 새로운 방법을 만들었으나, 이를 이용하여 주어진 스마트폰 패턴을 암호화한 결과를 옳게 나타내지 못함.
			2	순환소수를 이용하여 스마트폰 패턴을 암호화하는 새로운 방법을 만들지 못하고, 주어진 스마트폰 패턴을 암호화한 결과를 옳게 나타내지 못함.
		순환소수를 분수로 나타내는 과정을 비교하여 설명하기	2	학생 A와 학생 B가 각각 만든 방법에서 순환소수를 분수로 나타내는 과정을 비교했을 때 어떤 차이점이 있는지 논리적으로 설명함.
			1	학생 A와 학생 B가 각각 만든 방법에서 순환소수를 분수로 나타내는 과정을 비교했을 때 어떤 차이점이 있는지 논리적으로 설명하지 못함.



채점 시 유의점

- 1번 문항에서 스마트폰 패턴을 그릴 때 화살표를 그렸는지 확인함. 화살표가 없으면 어떤 순서로 점을 연결했는지 알 수 없기에 정확하게 그렸다고 보기 어려움.
- 2번과 3번 문항에서 순환소수를 분수로 어떻게 나타냈는지 과정을 확인함. 만약 순환소수를 과정 없이 분수로 나타낸 경우 학생이 순환소수를 분수로 나타내는 과정을 정확하게 이해하고 있는지 확인하기 어려움.
- 4번 문항에서 스마트폰 패턴을 암호화하는 새로운 방법에서 순환소수를 분수로 나타내는 과정을 어떻게 설명하고, 자신이 만든 방법을 이용하여 주어진 스마트폰 패턴을 암호화할 수 있는지 확인함. 그리고 학생 A와 학생 B가 각각 만든 방법에서 순환소수를 분수로 나타내는 과정의 차이점을 순환소수의 뜻과 순환소수를 분수로 나타내는 과정을 이용하여 논리적으로 설명하는지 확인함.



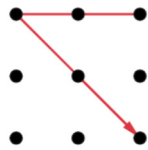
예시답안

문항	예시답안
1	$\langle \text{스마트폰 패턴} \rangle$ $\xrightarrow{\text{암호화}}$ $\langle \text{암호화한 결과} \rangle$ $\frac{361}{1111}$ $\therefore (\text{순환소수}) : 0.\dot{3}24\dot{9}$
2	$\langle \text{스마트폰 패턴} \rangle$ $\xrightarrow{\text{암호화}}$ $\langle \text{암호화한 결과} \rangle$ $\frac{74183}{99999}$ 패턴이 지나가는 점을 순서대로 숫자에 대응시켜 보면 7, 4, 1, 8, 3이므로 조건을 만족하는 순환소수는 $0.\dot{7}418\dot{3}$이다. 따라서 순환소수 $0.\dot{7}418\dot{3}$를 분수로 나타내면 $\frac{74183}{99999}$이다. 순환소수 $0.\dot{7}418\dot{3}$를 x라고 하면 $x = 0.7418374183 \dots \dots \textcircled{1}$ 이고, ①의 양변에 100000을 곱하면 $100000x = 74183.7418374183 \dots \dots \textcircled{2}$ 이다. ②에서 ①을 뺀다. $\begin{array}{r} 100000x = 74183.7418374183 \dots \\ - \quad x = 0.7418374183 \dots \\ \hline 99999x = 74183 \dots \dots \textcircled{3} \end{array}$ 이다. ③을 정리하면 $x = \frac{74183}{99999}$이므로 $0.\dot{7}418\dot{3} = \frac{74183}{99999}$이다. 따라서 그림과 같이 설정된 스마트폰 패턴을 암호화하면 $\frac{74183}{99999}$이다.

3

(예시)

〈스마트폰 패턴〉



〈암호화한 결과〉

$$\frac{46603}{49995}$$

패턴이 지나가는 점을 순서대로 숫자에 대응시켜 보면 3, 2, 1, 5, 9이므로 조건을 만족하는 순환소수는 $0.9\dot{3}21\dot{5}$ 이다.

따라서 순환소수 $0.9\dot{3}21\dot{5}$ 를 분수로 나타내면 $\frac{93206}{99999} = \frac{46603}{49995}$ 이다.

순환소수 $0.9\dot{3}21\dot{5}$ 를 x 라고 하면

$$x = 0.9\dot{3}21\dot{5} \dots \dots \textcircled{1}$$

이고, ①의 양변에 10, 100000을 각각 곱하면

$$10x = 9.32153215 \dots \dots \textcircled{2}$$

$$100000x = 93215.32153215 \dots \dots \textcircled{3}$$

이다. ③에서 ②를 뺀다

$$\begin{array}{r} 100000x = 93215.32153215 \dots \\ - 10x = 9.32153215 \dots \\ \hline 99990x = 93206 \dots \dots \textcircled{4} \end{array}$$

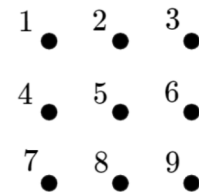
이다. ④를 정리하면 $x = \frac{93206}{99990} = \frac{46603}{49995}$ 이므로 $0.9\dot{3}21\dot{5} = \frac{46603}{49995}$ 이다.

따라서 그림과 같이 설정된 스마트폰 패턴을 암호화하면 $\frac{46603}{49995}$ 이다.

4

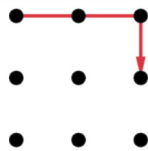
(예시) 〈스마트폰 패턴을 암호화하는 새로운 방법〉

- [그림 1]과 같이 각 점에 숫자를 지정한다.
- 연결한 각 점에 대응하는 수를 이용하여 다음과 같은 순환소수를 만든다.
 - (1) 가장 처음에 연결한 점에 대응하는 수를 정수 부분에 놓는다.
 - (2) 가장 마지막에 연결한 점에 대응하는 수를 소수점 아래 첫째 자리에 놓는다.
 - (3) 소수점 아래 둘째 자리에서부터 순환마디가 시작된다.
 - (4) 순환마디는 연결한 점 중 가장 처음과 마지막에 연결한 점을 제외한 점에 대응하는 수를 순서대로 나열한 것이다.
- 위에서 만든 순환소수를 분수로 나타낸다.

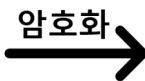


[그림 1]

※ 예를 들어, [그림 2]와 같이 설정한 패턴을 암호화하면 1, 2, 3, 6에 해당하는 점들을 연결했기 때문에 순환소수 $1.6\dot{2}3$ 을/를 분수로 나타낸 결과와 같다.



[그림 2]



$$\frac{1607}{990}$$

문항	예시답안
	학생 A가 만든 방법을 이용하면 패턴에 의해 만들어지는 순환소수 a의 순환마디가 소수점 아래 첫째 자리에서 시작되므로, 순환소수에 적당한 10의 거듭제곱을 곱하면 소수점 아래의 부분이 같은 순환소수 b를 만들 수 있고, 그 두 수 a와 b의 차는 정수가 된다. 학생 B가 만든 방법을 이용하면 패턴에 의해 만들어지는 순환소수 a의 순환마디가 소수점 아래 둘째 자리에서 시작되므로, 순환소수에 10과 적당한 10의 거듭제곱을 각각 곱하면 소수점 아래의 부분이 같은 두 개의 순환소수 b, c를 만들 수 있고, 그 두 수 b와 c의 차는 정수가 된다.

 피드백 시 유의점

- 1번 문항에서 순환소수를 옳게 구했으나 설정한 스마트폰 패턴을 정확하게 그리지 못한 경우, 순환소수에서 순환마디를 찾을 수 있는지 확인함. 순환마디를 옳게 찾음에도 불구하고 스마트폰 패턴을 정확하게 그리지 못했다면 문제 상황을 이해하고 있는지 알아보기 위해 스마트폰 패턴을 암호화하는 학생 A의 방법을 설명하게 함.
- 2와 3번 문항에서 암호화한 결과를 옳게 구하지 못한 경우, 자신의 스마트폰 패턴을 암호화하는 과정에서 순환소수로 옳게 나타냈는지 확인함. 학생 A와 학생 B의 방법 중 순환소수로 나타내기 어려워하는 방법이 있다면 해당 방법을 이용하여 순환마디를 찾아 순환소수로 나타내는 방법을 설명해 줌.
- 2와 3번 문항에서 암호화하는 과정 없이 암호화한 결과만 옳게 구한 경우, 암호화하는 과정을 설명하게 함. 10의 거듭제곱을 이용하지 않고 암호화한 결과를 구한 경우 10의 거듭제곱을 이용하여 순환소수를 분수로 나타내는 방법을 알려주고 이를 이용하여 다시 암호화해 볼 수 있도록 함.
- 4번 문항에서 순환소수를 이용하여 스마트폰 패턴을 암호화하는 새로운 방법을 만들지 못한 경우, 학생 A와 학생 B의 방법에서 순환소수의 순환마디를 어떤 방식으로 결정했는지 다시 확인해 보거나 이를 이용하여 어떤 방법을 만들 수 있는지 예시를 보여줌으로써 원리를 이해할 수 있도록 함.
- 4번 문항에서 학생 A와 학생 B가 각각 만든 방법에서 순환소수를 분수로 나타내는 과정을 비교했을 때 어떤 차이점이 있는지 작성하지 못한 경우, 각각의 방법에서 순환소수를 만드는 방법과 순환소수를 분수로 나타내는 과정과 암호화된 결과에서 어떤 특징이 있는지 생각하게 함.

미지수가 2개인 연립일차방정식의 해 구하기

1 평가 개요

학교급	중학교	학년	2학년
과목명	수학	영역	문자와 식
성취기준		성취기준별 성취수준	
[9수02-13] 미지수가 2개인 연립일차방정식을 풀 수 있고, 이를 활용하여 문제를 해결할 수 있다.		A	미지수가 2개인 연립일차방정식을 여러 가지 방법으로 풀고 그 과정을 설명할 수 있으며, 이를 활용하여 다양한 문제를 해결할 수 있다.
		B	미지수가 2개인 연립일차방정식을 풀 수 있고, 이를 활용하여 간단한 문제를 해결할 수 있다.
		C	미지수가 2개인 연립일차방정식을 풀 수 있고, 문제를 뜻에 맞는 간단한 연립일차방정식을 세울 수 있다.
		D	
		E	
평가 요소	- 대입을 이용하여 미지수가 2개인 연립일차방정식의 해 구하기 - 두 식을 더하거나 빼어서 미지수가 2개인 연립일차방정식 해 구하기		
평가 유형	지필평가 논술형	배점	6
논술형 평가 제작 의도 (출제 의도)	- 미지수가 2개인 연립일차방정식을 풀 때는 대입을 이용하거나 두 식을 더하거나 빼어서 해를 구할 수 있음을 알게 함. 1번 문항은 D~E 수준의 학생들을 대상으로 개발하였으며 간단한 대입으로 해를 구하도록 했음. - 미지수가 2개인 연립일차방정식의 해를 구하는 다양한 방법 중, C수준 이상의 학생들이 문제에 따라 어떤 방법을 선택하면 풀이를 좀 더 쉽게 할 수 있을지 판단하여 적용하도록 함.		

2 수업 계획 및 흐름도

	1차시	2차시	3~4차시	5차시
수업 흐름도	생활 주변의 상황에서 미지수를 정하고, 식으로 표현함으로써 미지수가 2개인 일차방정식을 도입하기	미지수가 2개인 연립일차방정식의 뜻을 이해하고, 자연수인 해 구하기	대입을 이용하거나, 더하거나 빼어서 미지수가 2개인 연립일차방정식 해 구하기	미지수가 2개인 연립일차방정식을 여러 가지 방법으로 풀고 그 과정 설명하기
평가 방법	·	구술 평가	·	논술형 평가
수업-평가 연계 주안점	미지수가 2개인 일차방정식의 해는 오직 하나가 아닐 수도 있음을 구체적인 예를 통하여 확인하기	연립일차방정식의 해는 두 일차방정식을 동시에 참이 되게 하는 공통의 해임을 이해하고 있는지 확인하기	두 미지수를 하나로 줄이는 방법을 이해할 수 있도록 하고 이를 설명하기	미지수가 2개인 연립일차방정식을 해를 구하기 위한 편리한 방법을 찾기

3 평가 문항

문항 정보

문항	교과 역량	성취기준	평가 요소
1	추론, 문제해결	[9수02-11] 미지수가 2개인 연립일차방정식을 풀 수 있고, 이를 활용하여 문제를 해결할 수 있다.	• 대입을 이용하여 미지수가 2개인 연립일차방정식의 해 구하기
2			• 두 식을 더하거나 빼어서 미지수가 2개인 연립일차방정식의 해 구하기

평가 문항

1~2
<보기>는 미지수가 2개인 일차방정식이다. 물음에 답하시오. [총 6점]

<보기>

① $x = y + 2$ ② $2x - y = 15$ ③ $3x + y = 10$ ④ $x + 2y = 17$

1. <보기>에서 2개의 식을 선택하여 연립방정식을 만들고 해를 구하려고 한다. 대입을 이용하면 미지수의 개수를 하나로 줄여 해를 구할 수 있다. 이 방법으로 해를 구하고 그 과정을 서술하시오. [3점]

식 :

풀이 :

답 :

2. 1에서 선택한 식 2개를 제외하고 <보기>에서 나머지 식 2개를 선택하여 연립방정식을 만들고 해를 구하려고 한다. 두 식을 더하거나 빼어서 미지수의 개수를 하나로 줄여 해를 구하는 방법으로 해를 구하고 그 과정을 서술하시오. [3점]

식 :

풀이 :

답 :



채점기준표

문항	평가 요소	채점 요소	척도/배점	수행 수준(채점기준)
1	대입을 이용하여 미지수가 2개인 연립일차 방정식의 해 구하기	대입을 이용하여 연립방정식 의 해 구하기	3	대입을 이용한 풀이 방법으로 풀이 과정과 해를 모두 옳게 구함.
			2	대입을 이용한 풀이 방법을 사용하였으나 풀이 과정이 다소 미흡하거나 미지수 1개의 값만 옳게 구함.
				대입을 이용한 풀이 방법은 아니지만 그 풀이 과정과 해를 모두 옳게 구함.
			1	대입을 이용한 풀이 방법은 아니지만 미지수 1개의 값을 옳게 구함.
2	두 식을 더하거나 빼어서 미지수가 2개인 연립일차 방정식의 해 구하기	두 식을 더하거나 빼어서 연립방정식 의 해 구하기	0	미지수의 값을 옳게 구하지 못함.
			3	두 식을 더하거나 빼는 풀이 방법으로 풀이 과정과 해를 모두 옳게 구함.
			2	두 식을 더하거나 빼는 풀이 방법을 사용하였으나 풀이 과정이 다소 미흡하거나 미지수 1개의 값만 옳게 구함.
				두 식을 더하거나 빼는 풀이 방법은 아니지만 그 풀이 과정과 해를 모두 옳게 구함.
			1	두 식을 더하거나 빼는 풀이 방법은 아니지만 미지수 1개의 값을 옳게 구함.
			0	미지수의 값을 옳게 구하지 못함.



채점 시 유의점

- 〈보기〉의 식 4개 중 일부가 중복으로 사용하였을 경우 처음에 사용된 경우는 인정하나, 두 번째 같은 식을 사용한 문제에서는 미지수의 값을 옳게 구하지 못한 것으로 채점함.



예시답안

문항	예시답안
1	$\begin{cases} x = y + 2 & \dots \textcircled{1} \\ x + 2y = 17 & \dots \textcircled{4} \end{cases}$ ①을 ④에 대입하면 $(y + 2) + 2y = 17$, $3y + 2 = 17$, $3y = 15$, $y = 5$ $y = 5$ 를 ①에 대입하면 $x = 7$ 따라서 $x = 7$, $y = 5$
2	$\begin{cases} 2x - y = 15 & \dots \textcircled{2} \\ 3x + y = 10 & \dots \textcircled{3} \end{cases}$ ②와 ③식을 더하면 $5x = 25$, $x = 5$ $x = 5$ 을 ②에 대입하면 $y = -5$ 따라서 $x = 5$, $y = -5$



피드백 시 유의점

- 연립방정식을 풀 때 하나의 고정된 풀이 방법이 아닌 다양한 방법으로 선택하여 풀 수 있도록 함.
- 연립방정식의 형태에 따라 편리한 풀이 방법을 선택하여 풀 수 있도록 함.
- 선수 학습의 결손 여부를 파악하여 해당 내용을 피드백함.

제곱근의 성질과 사칙연산을 이용하여 수학적 모델링을 통한 실생활 문제해결 하기

1 평가 개요

학교급	중학교	학년	3학년
과목명	수학	영역	수와 연산
성취기준		성취기준별 성취수준	
[9수01-07] 제곱근의 뜻과 성질을 알고, 제곱근의 대소 관계를 판단할 수 있다		A	제곱근의 뜻과 성질을 이해하고, 근호를 포함한 식을 간단히 할 수 있으며 제곱근의 대소 관계를 판단하고 그 이유를 설명할 수 있다.
		B	제곱근의 뜻과 성질을 이해하고, 근호를 포함한 식을 간단히 할 수 있으며 제곱근의 대소 관계를 판단할 수 있다.
		C	제곱근의 뜻과 성질을 알고, 주어진 유리수의 제곱근을 근호를 사용하여 나타낼 수 있으며 제곱근의 대소 관계를 판단할 수 있다.
		D	제곱근의 뜻을 알고, 주어진 자연수의 제곱근을 근호를 사용하여 나타낼 수 있으며 제곱근의 대소 관계를 판단할 수 있다.
		E	제곱근의 뜻을 알고, 1, 4, 9 등과 같은 제곱수의 제곱근을 구할 수 있으며 안내된 절차에 따라 제곱근의 대소 관계를 판단할 수 있다.
[9수01-10] 근호를 포함한 식의 사칙계산의 원리를 이해하고, 그 계산을 할 수 있다.		A	근호를 포함한 식의 사칙계산의 원리를 이해하고 설명할 수 있으며, 그 계산을 하며 과정을 설명할 수 있다.
		B	근호를 포함한 식의 사칙계산의 원리를 이해하고, 그 계산을 하며 과정을 설명할 수 있다.
		C	근호를 포함한 식의 사칙계산의 원리를 알고 그 계산을 할 수 있다.
		D	근호를 포함한 식의 사칙계산의 원리를 알고 근호를 포함한 간단한 식의 사칙계산을 할 수 있다.
		E	제곱근의 곱셈과 나눗셈 또는 근호 안의 수가 같은 제곱근의 덧셈과 뺄셈을 할 수 있다.
평가 요소	- 제곱수의 제곱근의 원리 이해하고 계산하기 - 근호를 포함한 식의 곱셈과 나눗셈 계산하기		
수행 과제	제곱근의 성질과 사칙연산을 이용하여 수학적 모델링을 통한 실생활 문제해결 하기		
평가 유형	수행평가 논술형	배점	15
논술형 평가 제작 의도 (출제 의도)	- 본 문항은 [9수 01-07], [9수01-10]를 분석하여 출제한 것으로, 주어진 수학적 모델을 이해하고 계산할 수 있으며, 자신의 의견을 제시하고 자신의 의견을 뒷받침할 수 있는 수학적 근거를 제시할 수 있음을 평가하기 위한 것임. 1-1, 2-1번 문항은 D 수준 학생을 대상으로 개발한 것이며, 1-2, 2-2번 문항은 C 수준 학생들을 대상으로 개발한 것임. - 교과서상에 주어진 다양한 수학적 모델의 배경을 제공하여 수학적 모델이 실생활과 밀접한 관련이 있음을 알게 함. - 수학적 모델을 통해 수학적으로 문제를 해결한 후 이를 다시 실생활에 적용해보는 활동을 통해 수학적 모델링 활동을 수행함. - 수학이 실생활과 밀접한 관련이 있음을 알게 하여 수학의 가치를 깨닫고 수학적 태도를 기르게 함.		



평가요소별 수행 수준

평가 요소	수준	수행 수준
제곱수의 제곱근의 원리 이해하고 계산하기	A	제곱수가 숫자의 곱으로 주어져 있는 경우에도 그 수의 제곱근을 구할 수 있다.
	B	
	C	숫자로 주어진 간단한 제곱수의 제곱근을 구할 수 있다.
	D	
	E	숫자로 주어진 간단한 제곱수의 제곱근을 근호를 사용해 나타낼 수 있다.
근호를 포함한 식의 곱셈과 나눗셈 계산하기	A	근호를 포함한 식의 사칙계산의 원리를 이해하고 설명할 수 있으며, 그 계산을 하며 과정을 설명할 수 있다.
	B	근호를 포함한 식의 사칙계산의 원리를 이해하고, 그 계산을 하며 과정을 설명할 수 있다.
	C	근호를 포함한 식의 사칙계산의 원리를 알고 그 계산을 할 수 있다.
	D	근호를 포함한 식의 사칙계산의 원리를 알고 근호를 포함한 간단한 식의 사칙계산을 할 수 있다.
	E	근호를 포함한 간단한 식의 곱셈 및 나눗셈을 할 수 있다.

2

수업 계획 및 흐름도

	1차시	2차시	3차시	4차시
수업 흐름도	제곱근의 성질 이해하고 제곱수의 제곱근의 원리 이해하고 계산하기	근호를 포함한 식의 사칙 계산하기	수학적 모델링을 활용한 실생활 문항 해결하기	수학적 모델링을 활용한 실생활 문항 해결하기
평가 방법	구술 평가	구술 평가	.	논술형 평가
수업-평가 연계 주안점	제곱수의 제곱근 구하기	근호를 포함한 식의 사칙 계산하기	논술형 문항 안내하기	평가를 통해 학습 과정 성찰하기

3

평가 문항



문항 정보

문항	교과 역량	성취기준	평가 요소
1-2	문제해결, 의사소통	[9수01-07] 제곱근의 뜻과 성질을 알고, 제곱근의 대소 관계를 판단할 수 있다.	• 제곱수의 제곱근의 원리 이해하고 계산하기
1-1		[9수01-10] 근호를 포함한 식의 사칙계산의 원리를 이해하고, 그 계산을 할 수 있다.	• 근호를 포함한 식의 곱셈과 나눗셈 계산하기
2-1			
2-2			

1

다음은 자유낙하는 물체의 속력과 높이의 관계를 설명하는 글이다. 물음에 답하시오. [총 7점]

잡고 있던 공을 놓으면 그 공은 땅으로 떨어지게 됩니다. 이는 지구 중심 방향으로 작용하는 중력 때문입니다. 만약 우리 주변에 공기의 저항이 없다면 떨어지는 공에 작용하는 힘은 오직 중력만 있게 됩니다. 이와 같이 공중에 정지상태에 있던 물체가 중력만의 힘을 받아 아래로 떨어지는 운동을 자유낙하 운동이라고 합니다. 크기는 같지만 질량이 확연히 다른 두 공을 진공 상태에서 같은 높이에서 떨어뜨린다면 두 공은 동시에 지면에 도달하게 됩니다. 두 공이 받는 공기의 저항을 무시한다는 조건 아래에서(진공 상태) 지표면 근처에서 자유낙하 하는 모든 물체는 속력이 초단위로 9.8 m/s 씩 증가하는 운동을 하는데, 이렇게 속력이 일정하게 증가하는 이유는 바로 물체가 운동하는 방향으로 중력이 계속 작용하기 때문입니다. 진공 상태에서 물체를 가만히 놓아 낙하시킬 때, 처음 높이를 처음 높이를 $h\text{ m}$ 라고 하면 지면에 떨어지기 직전의 속력 $v\text{ m/s}$ 는 $v = \sqrt{2 \times 9.8 \times h}$ 라고 합니다.

[출처 : 천재 수학 3 교과서(2015 개정)]

1-1. 진공 상태에서 물체를 가만히 놓아 낙하시킬 때 처음 높이를 3 m 라고 하면 지면에 떨어지기 직전의 속력은 얼마인지 구하시오. [2점]

1-2. 철수는 진공 상태에서 물체를 가만히 놓아 낙하시킬 때 처음 높이를 $h\text{ m}$ 라고 하면 지면에 떨어지기 직전의 속력 $v\text{ m/s}$ 가 자연수가 되도록 하는 세 자리 자연수 h 중 가장 작은 수를 250이라고 구하였다. 철수의 답이 옳은지 옳지 않은지 판단하고 그렇게 판단한 이유를 논술하시오. (단, 옳지 않다고 판단한 경우 옳은 답을 구하시오.) [5점]

2

다음은 태풍의 반지름에 대한 폭풍우 지속시간의 관계를 설명한 글이다. 물음에 답하시오. [총 8점]

태풍 또는 열대 폭풍은 열대 해상에서 발생한 열대저기압이 발달하여, 중심 부근의 최대 풍속이 17.2m/s 이상의 강한 폭풍우를 동반한 국지적 기상 현상을 말합니다. 태풍은 폭우, 해일, 강풍에 의한 피해를 주기도 하지만 가뭄 해갈 등의 수자원 공급과 대기질 개선, 냉해와 폭염 완화, 바다의 적조현상과 강의 녹조현상 억제, 지구의 열 순환 등 여러 긍정적인 역할도 합니다. 태풍은 원 모양을 하고 있는데, 태풍의 반지름 길이를 $R\text{km}$ 라고 할 때, 태풍으로 인한 폭풍우의 지속시간은 $\frac{\sqrt{R^3}}{\sqrt{54}}$ 이라고 합니다. 즉, 태풍의 크기가 클수록 폭풍우의 지속시간은 길어진다고 볼 수 있습니다.

[출처 : 천재 수학 3 교과서 (2015 개정)]

2-1. 태풍의 반지름의 길이가 54km 라고 할 때, 태풍으로 인한 폭풍우의 지속시간을 구하시오. [3점]

2-2. 철수는 태풍의 반지름의 길이가 90km 라고 할 때, 태풍으로 인한 폭풍우의 지속시간이 약 117시간이라고 추측하였다. 철수의 추측이 옳은지, 옳지 않은지 판단하고 그렇게 판단한 이유를 수학적 근거를 들어 논술하시오. (단, $\sqrt{15} = 3.9$ 로 계산한다.) [5점]



채점기준표

문항		평가 요소	채점 요소	척도/배점	수행 수준(채점기준)
1	1-1	근호를 포함한 식의 곱셈과 나눗셈 계산하기	주어진 수학적 모델에 적합한 수 대입하기	2	주어진 수학적 모델에 적합한 수를 대입하여 속력을 정확하게 구함.
				1	주어진 수학적 모델에 적합한 수를 대입하였지만 정확하게 구하지 못함.
	1-2	제공수의 제공근의 원리 이해하고 계산하기	제공근을 근호를 사용하여 나타내지 않는 경우를 알고, 그 원리를 문제에 적용하여 자신의 의견 제시하기	5	제공근을 근호를 사용하여 나타내지 않는 경우가 어떤 경우인지 알고, 정확한 수학적 근거를 바탕으로 자신의 의견을 제시함.
				3	제공근을 근호를 사용하여 나타내지 않는 경우가 어떤 경우인지 알지만, 질문과 관련이 없는(혹은 잘못된) 수학적 근거를 제시하여 논리적으로 자신의 의견을 제시함.
				1	제공근을 근호를 사용하여 나타내지 않는 경우가 어떤 경우인지 이해하지 못하고, 수학적 근거 없이 자신의 의견을 제시하거나, 제시하지 못함.
2	2-1	근호를 포함한 식의 곱셈과 나눗셈 계산하기	수를 대입한 후 근호를 포함한 식을 계산하기	3	근호를 포함한 식을 제대로 계산하여 답을 정확하게 구함.
				2	근호를 포함한 식을 제대로 계산하였지만 정답을 도출하지 못함.
					근호를 포함한 식을 제대로 계산하지 못했지만 정답을 도출함.
				1	근호를 포함한 식을 제대로 계산하지 못했고 정답도 도출하지 못함.
	2-2	근호를 포함한 식의 곱셈과 나눗셈 계산하기	근호를 포함한 식의 곱셈과 나눗셈을 계산하고 이를 근거로 자신의 의견 제시하기	5	근호를 포함한 식의 곱셈과 나눗셈을 정확히 계산하여 이를 근거로 자신의 의견을 논리적으로 제시함.
				3	근호를 포함한 식의 곱셈과 나눗셈을 계산하여 자신의 의견을 논리적으로 제시하지 못함.
				1	근호를 포함한 식의 곱셈과 나눗셈을 하지 못하여 자신의 의견을 제시하지 못함.



채점 시 유의점

- $a\sqrt{b}$ 꼴이나 유리화를 하지 않은 경우에도 풀이 과정이 맞으면 답으로 인정함.
- 수학적 근거를 바탕으로 자신의 의견을 제시하는 데 있어서, 수학적 근거가 잘못 계산되었음에도 논리적으로 자신의 의견을 제시한 경우에는 부분 점수를 부여할 수도 있음.



예시답안

문항		예시답안
1	1-1	예시 1) $h = 3$ 을 주어진 식에 대입하면 $v = \sqrt{2 \times 9.8 \times 3} = \sqrt{58.8} = \frac{7\sqrt{30}}{5}$ 예시 2) 주어진 수를 정확히 대입하였지만, 분자의 무리수를 $a\sqrt{b}$ 꼴로 바꾸지 않음(2점) : $v = \sqrt{2 \times 9.8 \times 3} = \sqrt{58.8} = \frac{\sqrt{1470}}{5}$ 예시 3) $h = 3$ 을 주어진 식에 대입하면 $\sqrt{\text{유효한소수}}$ 로 나타냄(2점): $v = \sqrt{2 \times 9.8 \times 3} = \sqrt{58.8}$ $h = 3$ 을 주어진 식에 대입만 하고 계산을 못 함(1점) : $v = \sqrt{2 \times 9.8 \times 3}$
	1-2	속력 v가 자연수가 되기 위해서는 $h = 5 \times 2 \times (\text{자연수})^2$ 꼴이 되어야 한다. 세 자리 자연수 h 중 가장 작은 수는 $h = 5 \times 2 \times 4^2 = 160$ 이므로 한광이의 답은 옳지 않다. 속력 v가 자연수가 되기 위해서는 $h = 5 \times 2 \times (\text{자연수})^2$ 꼴이 되어야 한다. (자연수)=1인 경우 $h = 10$ (자연수)=2인 경우 $h = 40$ (자연수)=3인 경우 $h = 90$ (자연수)=4인 경우 $h = 160$이므로 한광이의 답은 옳지 않다.
2	2-1	예시 1) 태풍의 반지름의 길이 54를 주어진 식에 대입하면 $\frac{\sqrt{54^3}}{\sqrt{54}} = \sqrt{54^2} = 54$ 이다. 예시 2) 제곱수의 제곱근을 루트를 사용하여 표현함(3점) : 태풍의 반지름의 길이 54를 주어진 식에 대입하면 $\frac{\sqrt{54^3}}{\sqrt{54}} = \sqrt{54^2}$ 이다. 예시 3) 계산을 끝까지 하지 않음(2점): 태풍의 반지름의 길이 54를 주어진 식에 대입하면 $\frac{\sqrt{54^3}}{\sqrt{54}}$ 이다.
	2-2	태풍의 반지름의 길이 90을 주어진 식에 대입하면 $\frac{\sqrt{90^3}}{\sqrt{54}} = \frac{90\sqrt{90}}{3\sqrt{6}} = 30\sqrt{15} = 30 \times 3.9 = 117$ 이므로 한광이의 추측은 옳다.



피드백 시 유의점

- 근호를 포함한 식의 사칙계산을 어디까지 할 수 있는지 문제 풀이 과정을 보고 제대로 파악한 후, 그에 맞는 피드백을 제공함.
- 자신의 의견을 제시하고 그에 맞는 수학적 근거를 제시할 때, 단순히 수학적 계산이 틀린 것인지 문제 이해가 부족한 것인지 판단한 후 그에 맞는 적절한 피드백을 제공함.

농구공 궤적이 그리는 이차함수의 그래프 분석하기

1 평가 개요

학교급	중학교	학년	3학년
과목명	수학	영역	변화와 관계
성취기준		성취기준별 성취수준	
[9수02-22] 이차함수의 그래프를 그릴 수 있고, 그 성질을 설명할 수 있다.		A	이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프를 그리고 그 성질을 설명할 수 있다.
		B	이차함수 $y = a(x - p)^2 + q$ 의 그래프를 그리고 그 성질을 설명할 수 있다.
		C	이차함수 $y = a(x - p)^2$ 또는 이차함수 $y = ax^2 + q$ 의 그래프를 그리고 그 성질을 말할 수 있다.
		D	이차함수 $y = ax^2$ 의 그래프를 그리고 그 성질을 말할 수 있다.
		E	주어진 표를 이용하여 이차함수 $y = ax^2$ 의 그래프를 그릴 수 있다.
평가 요소	- 이차함수의 식을 구하고, 이차함수의 그래프의 특징을 설명하기 - 이차함수의 그래프를 그리고, 이차함수의 그래프의 평행이동을 설명하기		
수행 과제	농구공의 궤적이 그리는 이차함수의 그래프 분석하기		
평가 유형	수행평가 논술형	배점	20
논술형 평가 제작 의도 (출제 의도)	- 본 문항은 성취수준 B~E를 고려하여 출제한 것으로, 농구공의 궤적이 그리는 함수의 그래프가 이차함수임을 알고, 이를 식 또는 그래프로 나타낼 수 있으며, 농구공의 최고 높이, 슛 성공 여부 등을 이차함수의 그래프의 특징과 연관지어 설명할 수 있도록 설계함. - 문항 2-1은 성취수준 E인 학생들이 위로 볼록하게 그래프를 그린 경우, 성취수준 D인 학생들이 이차함수의 식을 변형하여 꼭짓점의 좌표를 구하는 경우 등 성취수준이 B보다 낮은 학생들도 점수를 얻을 수 있도록 설계함. - 논술형 평가를 진행하기 전 수업 시간에 학생들이 실제로 농구 슛 영상을 촬영한 후 사진으로 변환하여 농구공의 궤적이 이차함수의 그래프 모양과 일치함을 알게 하고, 모둠원들 간의 토의를 통해 농구공의 최고 높이는 이차함수의 그래프의 꼭짓점, 슛 성공 여부는 이차함수의 그래프가 지나는 점 등과 연관지어 설명할 수 있음을 발견할 수 있도록 수업을 설계함.		



평가요소별 수행 수준

평가 요소	수준	수행 수준
이차함수의 식을 구하고, 이차함수의 그래프의 특징을 설명하기	A	주어진 조건을 활용하여 이차함수의 식을 구할 수 있고, 구한 이차함수의 그래프의 특징을 수학적 근거를 제시하며 설명할 수 있다.
	B	주어진 조건을 활용하여 이차함수의 식을 구할 수 있고, 구한 이차함수의 그래프의 특징을 제시할 수 있다.
	C	주어진 조건을 활용하여 이차함수의 식을 구할 수 있다.
	D	
	E	주어진 조건을 활용하여 이차함수의 그래프의 꼭짓점의 좌표나 축의 방정식을 구할 수 있다.
이차함수의 그래프를 그리고, 이차함수의 그래프의 평행이동을 설명하기	A	이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프를 좌표평면에 그릴 수 있고, 이차함수의 그래프를 x 축 또는 y 축의 방향으로 평행이동 한 그래프의 특징을 수학적 근거를 제시하며 설명할 수 있다.
	B	이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프를 좌표평면에 그릴 수 있고, 이차함수의 그래프를 x 축 또는 y 축의 방향으로 평행이동 한 그래프의 특징을 제시할 수 있다.
	C	이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프를 좌표평면에 그릴 수 있다.
	D	이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프의 꼭짓점의 좌표를 구할 수 있다.
	E	이차함수 $y = ax^2$ 의 그래프의 특징을 설명할 수 있다.

2

수업 계획 및 흐름도

수업 흐름도	1차시	2~3차시	4차시
평가 방법	농구공의 궤적 파악하기	농구공의 궤적이 그리는 이차함수 그래프의 성질 파악하기	수행과제
수업-평가 연계 주안점	학생들이 직접 농구 슛 영상을 촬영한 후, 프로그램을 이용하여 농구공의 궤적을 사진으로 변환하면서 궤적이 나타내는 함수가 무슨 함수일지 학생들이 스스로 추측하게 함.	농구공의 궤적이 그리는 함수가 이차함수임을 알게 하고 궤적이 나타내는 이차함수 그래프의 성질을 탐구하도록 함.	농구공의 궤적과 이차함수의 그래프의 연관성을 탐구하고 그래프의 특징을 찾아내는 논술형 평가를 실시함.

3

평가 문항



문항 정보

문항	교과 역량	성취기준	평가 요소
1	연결, 문제해결, 의사소통	[9수02-22] 이차함수의 그래프를 그릴 수 있고, 그 성질을 설명할 수 있다.	이차함수의 식을 구하고, 이차함수의 그래프의 특징을 설명하기
2			이차함수의 그래프를 그리고, 이차함수의 그래프의 평행이동을 설명하기

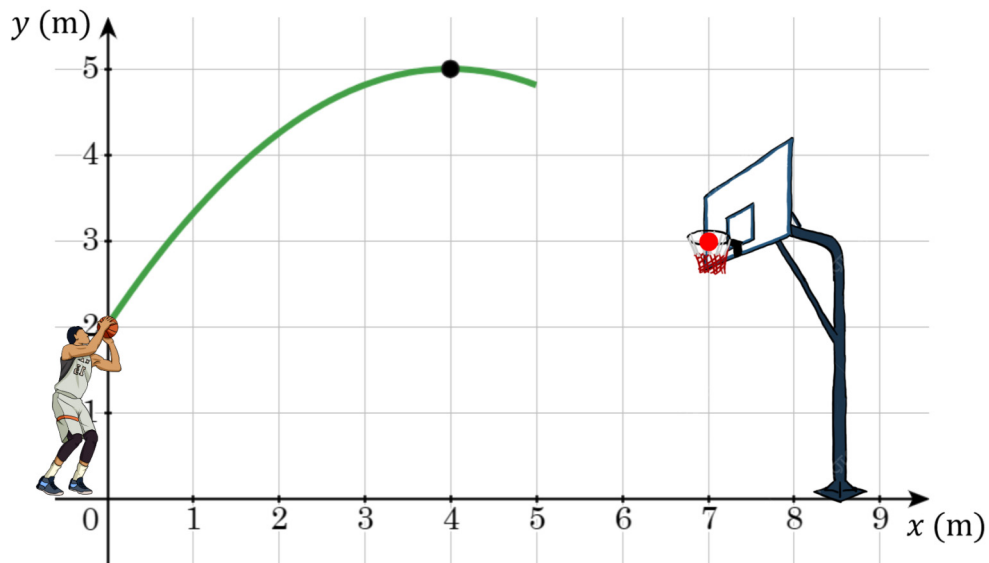
평가 문항

1

그림은 농구 선수 A가 주어진 <상황>을 고려하여 슛을 쏠 때, 농구공 궤적의 일부를 나타낸 것이다. (단, 농구 골대 림(rim)의 지름은 고려하지 않고 농구공의 궤적은 이차함수를 이룬다.) 농구 선수 A가 던진 농구공이 그리는 궤적에 대한 이차함수 식을 구하여 그 공이 골대의 림을 통과할지 판단하고, 그 이유를 설명하시오. [6점]

<상황>

- 농구 선수 A는 지면에서 2m 떨어진 지점에서 농구공을 던진다.
- 농구 골대의 림은 던지는 지점에서 7m 떨어져 있으며, 농구 골대의 림의 높이는 3m이다.
- 농구공은 공을 던지는 지점에서 4m 떨어진 곳에서 최고 높이 5m에 도달한다.



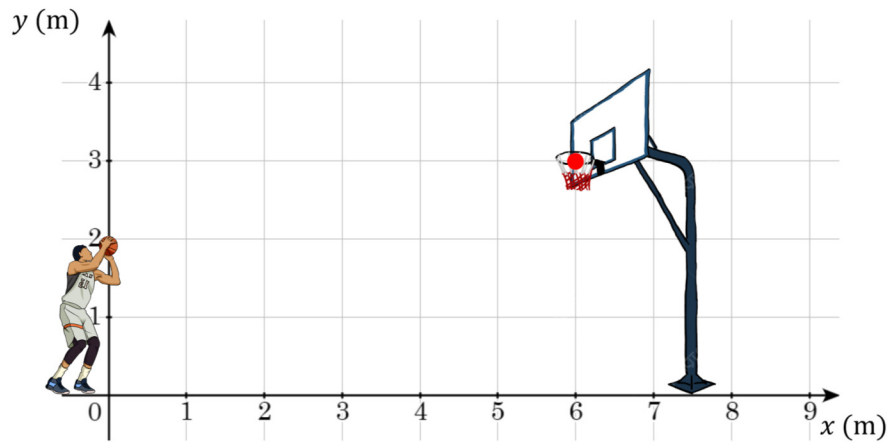
2

농구 선수 B가 슛을 쏘는 지점에서 6m 떨어진 농구 골대에 슛을 쏘았다. 물체에 답하시오. (단, 림의 높이는 3m이고, 림의 지름은 고려하지 않는다.) [총 14점]

2-1. 농구 선수 B가 1차 시도에서 던진 농구공의 궤적은 $y = -\frac{1}{5}x^2 + \frac{6}{5}x + 2$ 의 그래프와 일치한다고 한다. [그림 1]에 농구공의 궤적을 <조건>에 맞게 그리고, 이를 이용하여 농구 선수 B가 슛에 실패하였음을 설명하시오. [9점]

<조건>

- 농구공의 최고 높이¹⁾를 구하고, 이를 그림에 점을 찍어 표시할 것



[그림 1]

2-2. 농구 선수 B가 2차 시도에서 어떤 받침대 위에 올라가 2-1에 그린것과 같은 궤적으로 슛을 쏘았더니 성공하였다. 받침대의 높이를 구하고, 그 과정을 <조건>에 맞게 서술하시오. [5점]

<조건>

- 이차함수 그래프의 평행이동의 내용을 포함할 것
- 농구 선수 B가 슛에 성공할 때의 궤적이 그리는 이차함수의 식을 포함할 것

1) 농구공의 최고 높이는 2022개정교육과정에 해당하는 내용임.



채점기준표

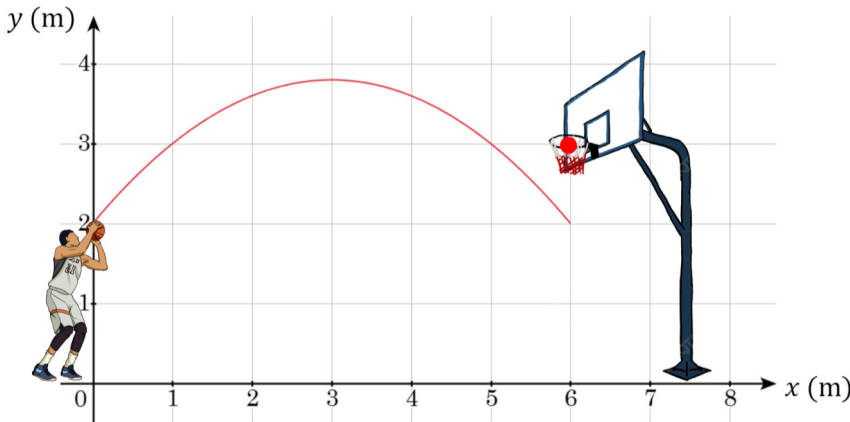
문항	평가 요소	채점 요소	척도/배점	수행 수준(채점기준)
1	이차함수의 식을 구하고, 이차함수의 그래프의 특징을 설명하기	꼭짓점의 좌표를 이용하여 이차함수의 식 구하기	3	궤적이 그리는 이차함수의 식을 꼭짓점의 좌표를 이용하여 옳게 구함.
			2	궤적이 그리는 이차함수의 그래프의 꼭짓점의 좌표를 구하였으나, 궤적이 그리는 이차함수의 식을 구하는 과정에서 일부 오류가 있음.
			1	궤적이 그리는 이차함수의 그래프의 꼭짓점의 좌표를 구하지 못함.
		A의 숫 성공 여부 판단하기	3	수학적으로 타당한 근거를 제시하여 숫 성공 여부를 옳게 판단함.
			2	수학적으로는 조금 부족함이 있는 근거를 제시하여 숫 성공 여부를 판단함.
			1	수학적인 근거를 제대로 제시하지 못하였고, 숫 성공 여부를 판단하지 못함.
2	이차함수의 그래프를 그리고, 이차함수의 그래프의 평행이동을 설명하기	그래프의 개형 표현하기	2	이차함수의 그래프를 위로 볼록한 포물선으로 그림.
			1	이차함수의 그래프를 아래로 볼록한 포물선으로 그리거나, 포물선 모양이 아님.
		농구공의 최고 높이(꼭짓점의 좌표) 구하기	3	농구공의 최고 높이를 옳게 구하고 이차함수의 그래프의 꼭짓점을 그림에 옳게 표기함.
			2	농구공의 최고 높이를 옳게 구하였으나 이차함수의 그래프의 꼭짓점을 그림에 잘못 표기함.
			1	농구공의 최고 높이는 못 구하였으나 이차함수의 그래프의 꼭짓점은 그림에 옳게 표기함.
		B의 숫 성공 실패 이유를 설명내기	4	숫에 실패한 이유를 이차함수의 그래프가 지나는 점과 관련하여 옳게 설명하였고, 이차함수의 그래프가 (6, 2)를 지나도록 그림.
			3	숫에 실패한 이유를 이차함수의 그래프가 지나는 점과 관련하여 옳게 설명하였으나, 이차함수의 그래프가 (6, 2)를 지나지 않도록 그림.
			2	숫에 실패한 이유를 수학적으로 옳게 설명하지 못하였으나, 이차함수의 그래프가 (6, 2)를 지나도록 그림.
			1	숫에 실패한 이유를 수학적으로 옳게 설명하지 못하고, 이차함수의 그래프가 (6, 2)를 지나지 않도록 그림.
		받침대의 높이 구하기	3	받침대의 높이를 옳게 구하고 그 이유를 이차함수의 그래프의 y 축 방향으로의 평행이동과 관련하여 옳게 설명함.
			2	받침대의 높이를 구하지 않은 채로 이차함수의 그래프의 y 축 방향으로의 평행이동과 관련하여 옳게 설명함.
			1	받침대의 높이를 옳게 구하였으나 그 이유를 설명하는 과정이 미흡함.
		숫에 성공하도록 하는 이차함수의 식 구하기	2	숫에 성공하도록 하는 이차함수의 식을 옳게 구함.
			1	숫에 성공하도록 하는 이차함수의 식을 옳게 구하지 못함.



채점 시 유의점

- 1번 문항에서 농구공의 궤적이 그리는 이차함수의 식을 잘못 구했더라도, 본인이 구한 이차함수의 식을 바탕으로 선수 A의 숫 성공 여부를 옳게 판단했다면 점수를 부여함.
- 1번 문항에서 선수 A의 숫 성공 여부를 잘못 판단했다고 하더라도, 그 근거가 수학적으로 타당(예. 이차함수의 대칭성을 활용하여 설명한 경우, 계산 실수 등으로 인한 오류 등)한 경우에는 일부 점수를 부여함.
- 2번 문항에서 이차함수의 꼭짓점의 y 좌표가 분수인데, 이를 정확하게 나타내지 않았더라도 대략 비슷한 위치에 점을 찍은 경우 점수를 부여함.
- 2번 문항에서 $x = 6$ 을 기준으로 우측에 그린 함수의 그래프는 채점에 반영하지 않음.
- 2번 문항에서 이차함수의 그래프가 점 (1, 3)과 점 (5, 3)을 지나야 하지만, 지나지 않게 그렸더라도 이차함수의 개형에서 크게 벗어나지 않은 경우 정답으로 인정함.



문항	예시답안
1	꼭짓점의 좌표가 (4, 5)이므로 이차함수의 식을 $y = a(x-4)^2 + 5$라고 할 수 있다. 그래프가 점 (0, 2)를 지나므로 $x = 0$, $y = 2$를 식에 대입하면 $2 = 16a + 5$, $a = -\frac{3}{16}$이다. 따라서 이차함수의 식은 $y = -\frac{3}{16}(x-4)^2 + 5$이다. $y = -\frac{3}{16}(x-4)^2 + 5$에 $x = 7$을 대입하면 $y = -\frac{3}{16} \times 9 + 5 = \frac{53}{16}$이다. 즉 이차함수의 그래프는 점 $(7, \frac{53}{16})$을 지나므로 점 (7, 3)을 지나지 않는다. 따라서 공은 골대의 림을 통과하지 않는다.
2-1	이차함수의 식의 x^2의 계수가 음수이므로 그래프는 위로 볼록하다. $y = -\frac{1}{5}x^2 + \frac{6}{5}x + 2 = -\frac{1}{5}(x^2 - 6x + 9 - 9) + 2 = -\frac{1}{5}(x-3)^2 + \frac{19}{5}$ 이차함수의 꼭짓점의 좌표는 $(3, \frac{19}{5})$이다. 따라서 최고 높이는 $\frac{19}{5}\text{m} (= 3.8\text{m})$이다. 또한, $y = -\frac{1}{5}x^2 + \frac{6}{5}x + 2$에 $x = 6$을 대입하면 $y = -\frac{1}{5} \times 6^2 + \frac{6}{5} \times 6 + 2 = 2$이다. 이차함수의 그래프는 점 (6, 2)를 지나므로 점 (6, 3)을 지나지 않는다. 이차함수의 그래프는 아래와 같다. 
2-2	그림에서의 이차함수의 그래프가 (6, 2)를 지나는데, (6, 3)을 지나도록 하기 위해서는 y축의 방향으로 1만큼 평행이동 해야 한다. 따라서 민수가 1m 높이의 받침대를 두고 올라서서 슛을 쏘다면 성공할 것이다. 슛에 성공하도록 하는 이차함수의 식은 $y = -\frac{1}{5}x^2 + \frac{6}{5}x + 2 + 1 = -\frac{1}{5}x^2 + \frac{6}{5}x + 3$이다.



피드백 시 유의점

- 1차시에서 학생들이 농구 슛 영상을 직접 촬영하고, 어플리케이션을 활용하여 학생들이 농구공이 그리는 궤적을 사진으로 변환하여 관찰하도록 하면서 농구공의 궤적이 이차함수의 그래프와 유사한 모양임을 학생들이 발견할 수 있도록 피드백을 제공함.
- 2~3차시에서 Desmos를 활용하여, 변환한 궤적과 가장 유사한 이차함수의 그래프를 찾고 그 그래프의 특징(꼭짓점의 좌표, y 축과의 교점 등)을 직접 찾아보면서 이차함수와의 관련성을 스스로 탐구함.
- 실생활에서의 포물선 운동(예. 농구 슛, 물로켓, 야구 송구 등)이 이차함수의 그래프와 유사함을 학생들이 깨닫고, 수학을 실제 삶과 연관시키고 교실 밖으로 확장하는 경험을 하도록 피드백을 제공함.

1 평가 개요

학교급	중학교	학년	3학년
과목명	수학	영역	도형과 측정
성취기준		성취기준별 성취수준	
[9수03-18] 원의 현에 관한 성질과 접선에 관한 성질을 이해하고 정당화할 수 있다.		A	원의 현에 관한 성질과 접선에 관한 성질을 이해하고 증명을 통해 정당화할 수 있으며, 이를 이용하여 다양한 문제를 해결할 수 있다.
		B	원의 현에 관한 성질과 접선에 관한 성질을 이해하고 증명을 통해 정당화할 수 있다.
		C	원의 현에 관한 성질과 접선에 관한 성질을 이해하고 관찰이나 실험을 통해 정당화할 수 있다.
		D	관찰이나 실험을 통해 원의 현에 관한 성질과 접선에 관한 성질을 직관적으로 이해한다.
		E	원의 현에 관한 성질과 접선에 관한 성질을 안다.
평가 요소	원의 현에 관한 성질을 수학적 근거를 들어 설명하기		
수행 과제	블루투스 이어폰 찾기를 통한 원의 성질 이해하기		
평가 유형	수행평가 논술형	배점	10
논술형 평가 제작 의도 (출제 의도)	- 수학의 원리(삼각형의 외심)를 이용하여 잃어버린 블루투스 이어폰을 찾는 사례에 대한 신문 기사를 통해, 학생들에게 친근하고 수학의 유용성을 알리는 적절한 소재일 것이라고 판단되어 추론 역량 및 의사소통 능력을 키우기 위한 문항으로 설계함. - 본 문항은 성취수준 A와 B를 고려하여 출제한 것으로, B수준의 학생들은 원의 현에 관한 성질을 이용하여 두 현을 긋고 각각의 현에 대한 수직이등분선의 교점을 찾아 블루투스 이어폰을 찾는 과정을 서술하도록 하고, A수준의 학생들은 블루투스 이어폰을 찾는 과정에서 2학년 때 배운 삼각형의 외심의 성질과 연결하여 어느 방법이 더 좋은지 설득하는 글을 쓸 수 있도록 설계함. - 지문의 난이도나 조건의 변경에 따라 해당 문항은 성취수준 C를 고려한 문항으로 출제할 수 있음.		



평가요소별 수행수준

평가 요소	수준	수행 수준
원의 현에 관한 성질을 수학적 근거를 들어 설명하기	A	원의 현에 관한 성질을 수학적으로 설명하고 원의 중심을 찾는 다양한 방법에 대한 비교 분석을 적절하게 할 수 있다.
	B	원의 현에 관한 성질을 수학적으로 설명하고 원의 중심을 찾는 다양한 방법에 대한 비교 분석을 부분적으로 할 수 있다.
	C	원의 현에 관한 성질을 알고 원의 중심을 찾는 방법을 수학적으로 제시할 수 있다.
	D	원의 현에 관한 성질을 알고 원의 중심을 찾는 방법을 직관적으로 제시할 수 있다.
	E	원의 현에 관한 성질을 안다.

2 수업 계획 및 흐름도

	1차시	2차시	3차시	4차시	5차시
수업 흐름도	지오지브라를 통해 원의 현을 그리고 그 성질 알아내기	원의 현과 현의 수직이등분선 사이의 관계 짓기	원의 현과 현의 수직이등분선을 통해 원의 중심 알아내기	원의 성질을 이용하여 수막새 복원하기	블루투스 이어폰을 찾기 위한 방법을 원의 성질을 이용하여 서술하기
평가 방법	.	.	구술 평가	실험·실습 평가	논술형 평가
수업-평가 연계 주안점	지오지브라를 통해 이전에 배운 개념 상기하기	이전에 배운 개념과 원의 성질을 연결하여 새로운 개념 창출하기	논술형 평가 안내하기	이전 차시에서 배운 원의 중심을 찾는 방법에 대하여 모듈별로 지오지브라를 이용하여 직관적으로 알아내기	논술형 평가를 통해 원의 성질을 이용하는 것이 예전 지식과 비교하여 어떤 점에서 좋은지 성찰하기

3 평가 문항

문항 정보

문항	교과 역량	성취기준	평가 요소
1 2 3	추론, 의사소통	[9수03-18] 원의 현에 관한 성질과 접선에 관한 성질을 이해하고 정당화할 수 있다.	• 원의 현에 관한 성질을 수학적 근거를 들어 설명하기

평가 문항

1~2

다음은 삼각형의 외심의 성질을 바탕으로 분실된 블루투스 이어폰을 찾은 한 사례를 담은 기사문 중 일부이다. 자료를 읽고, 물음에 답하시오. [총 10점]

1일(한국시간) 일본 매체 ‘라이브도어 뉴스’ 등 외신은 도쿄대 1학년 ㄱ씨가 ‘삼각형의 외심 공식’을 떠올려 분실한 이어폰을 찾은 일화를 전했다. ㄱ씨는 최근 블루투스 이어폰을 착용한 채 캠퍼스를 걷던 도중 이어폰 한쪽을 분실했다. 그가 이어폰을 찾는 건 사실상 불가능에 가까웠다. 하지만 그에게 문득 ‘삼각형의 외심 공식’이 떠올랐고, 이를 활용했다.

이 공식은 삼각형을 이루는 세 변의 수직이등분선을 교차했을 때 찍히는 교점인 ‘외심’을 찾는 것이다. 외심과 삼각형의 각 꼭짓점 사이의 거리는 모두 동일하다. ㄱ씨는 “블루투스를 ON으로 바꾸고, 내가 걸어온 길을 다시 거슬러 올라갔다”고 설명했다. 그는 블루투스 신호가 끊기는 세 지점을 찾은 후 각 지점을 선으로 연결해 삼각형으로 만들었다. 이어 해당 삼각형의 외심을 구해 근처로 갔다. ㄱ씨는 수색에 나선 지 단 10여분 만에 땅에 떨어져 있던 이어폰 한 짝을 발견했다. ㄱ씨는 “눈으로 찾는 것보다 점을 찍어 어림잡는 게 더 빠르다”고 강조했다.

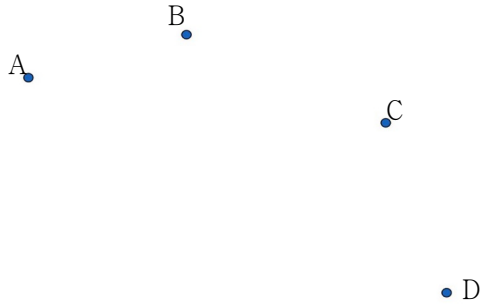
이어 그는 “평소 수학은 일상생활에 도움이 되지 않는다고 여기기 마련이지만, 이번 일처럼 간단한 계산이나 공식을 유용하게 쓸 수 있는 사례가 많다”고 덧붙였다.

[출처: 서울신문, 24.05.01일자 기사]

1. 위 글에서 제시된 방법 외에 원의 성질을 이용하여 블루투스 이어폰을 찾을 수 있는 방법을 <조건>에 맞게 작성하시오. [6점]

〈조건〉

- 원의 현에 대한 성질을 이용할 것
- 블루투스 신호가 끊기는 네 지점 A, B, C, D를 표시한 아래 그림을 이용하여 제시할 것
(단, 네 지점 A, B, C, D는 블루투스 이어폰으로부터 같은 거리에 있다.)



2. 잃어버린 블루투스 이어폰을 찾는 방법에 대하여 1에서 원의 성질을 이용하여 찾은 방법과 신문 기사에서 소개된 「씨가 삼각형의 외심」을 이용하여 찾은 방법 중 더 효율적인 것은 어느 경우인지 논하시오. [4점]



채점기준표

문항	평가 요소	채점 요소	척도/배점	수행 수준(채점기준)
1	원의 현에 관한 성질을 수학적 근거를 들어 설명하기	원의 현에 관한 성질을 제시하기	2	블루투스 이어폰을 찾기 위한 원의 현에 관한 성질을 적절하게 제시함.
			1	블루투스 이어폰을 찾기 위한 원의 현에 관한 성질을 제시했으나 미흡함.
		원의 중심을 찾는 방법에 관한 수학적 근거 제시하기	4	조건 2가지를 모두 만족하는 수학적 근거를 들어 블루투스 이어폰의 위치를 찾는 방법을 논리적으로 설명함.
			3	조건 1가지만을 만족하는 수학적 근거를 들어 블루투스 이어폰의 위치를 찾는 방법을 논리적으로 설명함.
			2	조건 2가지를 모두 만족하지는 않지만 관련성이 일부 있는 수학적 근거를 들어 블루투스 이어폰의 위치를 찾는 방법을 설명함.
			1	수학적 근거와는 다소 거리가 있지만 직관적인 근거를 들어 블루투스 이어폰의 위치를 찾는 방법을 설명함.
2		더 나은 방법으로 외심을 찾는 방법 분석하기	4	수학적인 2가지의 경우 모두를 참고하여 더 효율적인 방법을 논리적으로 비교 분석하여 논함.
			3	수학적인 1가지의 경우만 참고하여 더 효율적인 방법을 논리적으로 분석하여 논함.
			2	수학적인 1가지의 경우만 참고하여 더 효율적인 방법을 분석하여 논함.
			1	수학적인 경우를 참고하지 않고 직관적인 방법을 논함.

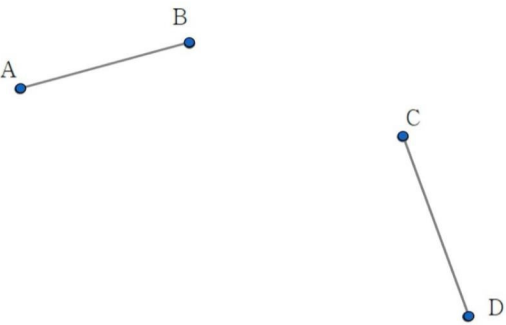


채점 시 유의점

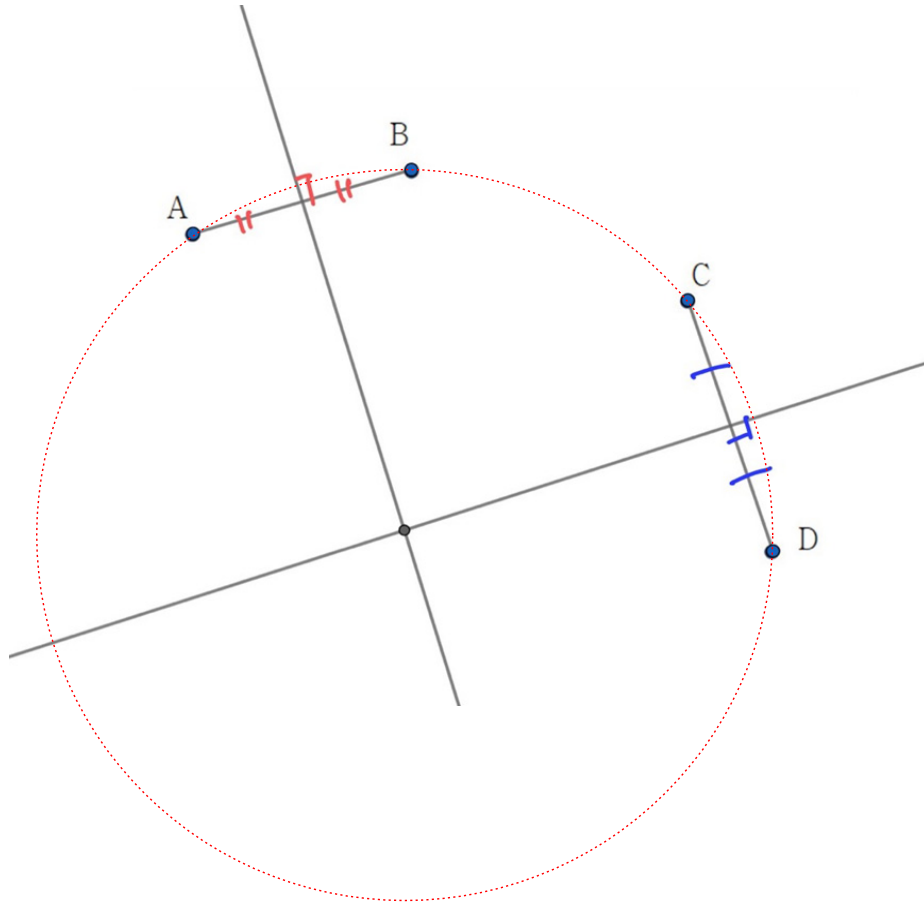
- 수와 식으로 표현한 문제해결 과정이 예시답안과 다르더라도 수학적으로 논리적이면 정답으로 인정함.
- 풀이 과정 중 일부 오류가 있을 때 경우에 따라 부분 점수 부여 가능함.



예시답안

문항	예시답안
1	블루투스가 꿇긴 지점 A,B,C,D는 이어폰으로부터 같은 거리에 있으므로 원 위에 있는 점이라 볼 수 있다. 블루투스가 꿇긴 지점을 A,B,C,D와 원의 현의 성질로부터 (1) 먼저 A와 B를 연결한 선분과 C와 D를 연결한 선분을 그린다. 

(2) 선분 AB와 선분 CD의 수직이등분선을 그리게 되면 두 직선의 교점이 생긴다.

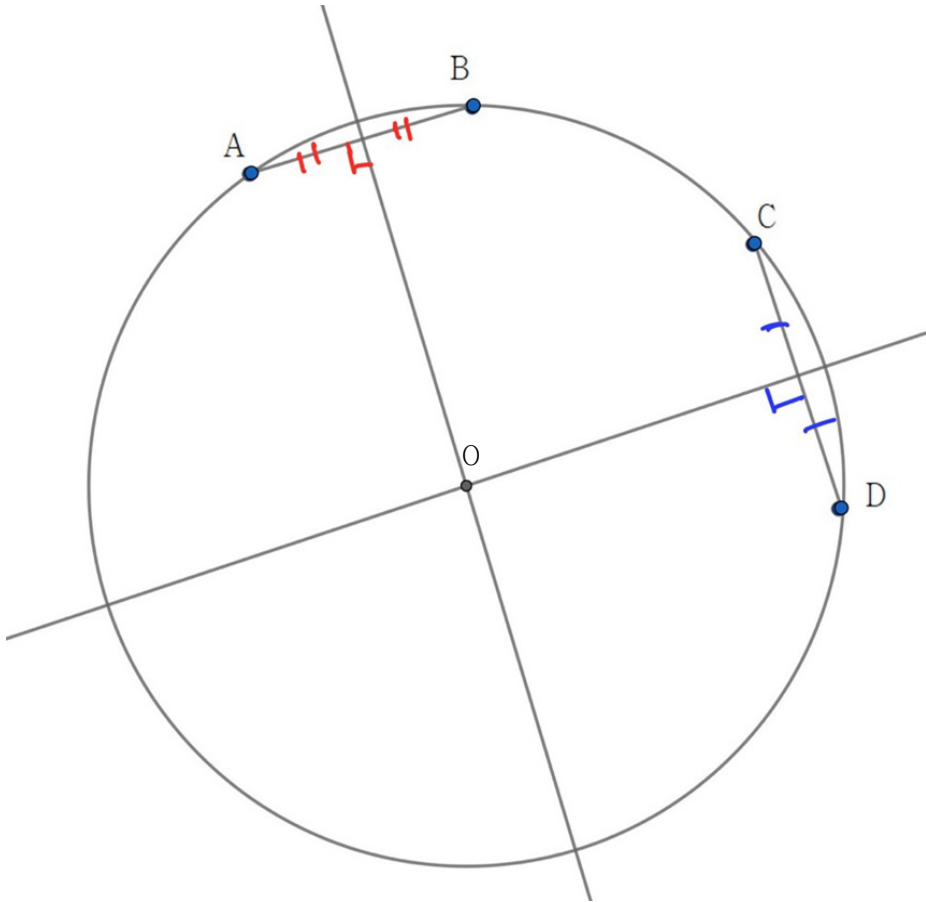


이는 원의 성질 중 ‘원에서 현의 수직이등분선은 원의 중심을 지난다’라는 성질을 이용한 것이다.

왜냐하면 현 AB의 양 끝점 A, B로부터 서로 같은 거리에 있는 점들은 모두 AB의 수직이등분선 위에 있다.

그런데 원의 중심을 O라고 할 때 선분 OA와 OB는 반지름으로 같기 때문에 원의 중심이 현의 수직이등분선 위에 있다. 따라서 원에서 현의 수직이등분선은 그 원의 중심을 지나게 된다. 하지만 원의 중심이 하나의 선으로는 결정되지 않으므로 원에 현을 하나 더 그리고 수직이등분선을 그리면 두 수직이등분선의 교점을 위와 같이 찾을 수 있는데 이때 그 교점이 바로 원의 중심이 된다.

(3) 위의 수학적 근거를 바탕으로 두 현의 수직이등분선의 교점을 원의 중심 O로 하여 원을 그리면 아래와 같다. 블루투스 신호가 끊기는 네 지점으로부터 O까지의 거리가 각각 같으므로 원의 중심 O에 블루투스 이어폰이 있다는 것을 알 수 있다.

문항	예시답안
	
2	신문 기사 상에서 찾은 방법과 내가 찾은 방법을 비교하면 신문 기사로 찾은 방법의 경우에는 삼각형을 그릴 수 있어야 외심을 찾을 수 있는데 평평한 땅이 아니고 수풀이나 방해물이 있다면 방해가 될 것 같다. 그리고 삼각형을 그리려면 변의 길이를 너무 작게 그리면 삼각형 그리기도 힘들 것 같다. 하지만, 원의 현에 대한 성질을 이용하면 그런 것에서 자유로워진다. 방해물이 있어도 없는 부분에서 현을 그리면 되기 때문이다. 그런 점에서 삼각형의 외심을 이용하는 방식보다는 블루투스 이어폰을 찾는 실제적인 상황에서는 원의 현에 대한 성질을 이용하는 것이 더 효율적이라고 생각한다.



피드백 시 유의점

- 성취기준을 확인하고, 내용과 문항의 난이도, 성취수준 부합 정도를 고려함.
- 해당 학생의 수준보다 높은 수준으로 응답한 결과를 확인하여 안내함.
- 평소 수업 시간에 학생을 관찰한 내용을 고려함.

연속함수의 성질을 활용하여 문제해결 하기

1 평가 개요

학교급	고등학교	학년	2학년 또는 3학년
과목명	미적분 I	영역	함수의 극한과 연속
성취기준		성취기준별 성취수준	
[12미적 I -01-04] 연속함수의 성질을 이해하고, 이를 활용하여 문제를 해결할 수 있다.		A	연속함수의 성질을 활용하여 다양한 문제를 해결하고, 그 과정을 설명할 수 있다.
		B	연속함수의 성질을 활용하여 문제를 해결할 수 있다.
		C	연속함수에 관한 최대·최소 정리와 사잇값 정리를 활용하여 간단한 문제를 해결할 수 있다.
		D	연속함수의 성질을 활용하여 주어진 함수의 연속성을 판별할 수 있으며, 연속함수에 관한 최대·최소 정리와 사잇값 정리를 이해한다.
		E	연속함수의 성질을 활용하여 주어진 함수의 연속성을 판별할 수 있다.
최소 능력의 수행 특성	- 다항함수의 그래프 특성으로 연속함수임을 판별할 수 있다. - 사잇값 정리를 활용하여 안내된 절차에 따라 문제해결을 시도할 수 있다.		
평가 요소	- 연속함수의 성질로 연속성 판별하기 - 사잇값 정리 적용하기 - 연속함수의 성질로 문제해결 하기		
수행 과제	연속함수의 성질을 활용하여 문제해결 하기		
평가 유형	수행평가 논술형	배점	16
논술형 평가 제작 의도 (출제 의도)	- 본 문항은 A~E 수준을 평가할 수 있도록 출제한 것으로 문항 1은 E수준의 학생을 판별할 수 있고, 문항 2로 C, D 수준의 학생을 평가할 수 있으며, 문항 3으로 A, B 수준의 성취도를 평가하고자 문항을 제작함. - 연속함수의 성질인 사잇값 정리를 이해하고 적용하여 여러 가지 상황을 수학적으로 해석할 수 있는 수행 능력을 판단하고자 수행평가로 실시할 수 있는 문항을 작성함. 학생이 문항의 답안을 작성하는 과정에서 연속함수의 성질이 어떻게 활용되는지 이해하고 수학의 실용성과 유용성을 느낄 수 있도록 문항을 제시함. - 특히 최소 능력의 수행특성 판별을 위해 연속함수의 성질을 제시하여 이를 토대로 연속함수를 판별할 수 있는지, 사잇값 정리를 적용하기 위해 시도할 수 있는지 확인하고자 함. - 학교 현장에서 실제로 과정 중심 평가로 진행할 수 있도록 구성함.		

※ 2022 개정 교육과정의 고등학교 <미적분 I> 교과목 성취수준 개발 전으로 성취수준 진술 원칙에 입각해 자체적으로 작성한 것임.



평가 요소별 수행 수준

평가 요소	수준	수행 수준
연속함수의 성질로 연속성 판별하기	A	연속함수를 판별할 수 있으며 다양한 수학 개념과 연속함수의 성질을 활용하여 연속성을 설명할 수 있음.
	B	
	C	연속함수를 판별할 수 있으며 연속함수의 성질 중 일부를 활용하여 연속성을 설명할 수 있음.
	D	
	E	연속함수의 그래프를 보고 연속성을 설명할 수 있음.
사잇값 정리 적용하기	A	사잇값 정리를 적용하여 방정식의 해가 존재하는 구간을 찾고, 주어진 구간에서 해가 존재함을 수학적 기호와 표현을 활용하여 논리적으로 설명할 수 있음.
	B	
	C	사잇값 정리를 적용하여 방정식의 해가 존재하는 구간을 찾고 수학적 기호와 표현을 부분적으로 활용하여 해가 존재함을 설명할 수 있음.
	D	사잇값 정리를 적용하여 방정식의 해가 존재하는 구간을 찾을 수 있음.
	E	안내된 절차에 따라 사잇값 정리를 적용하여 방정식의 해가 존재하는 구간을 찾을 수 있음.
연속함수의 성질로 문제해결 하기	A	문제 상황을 연속함수로 표현하고 사잇값 정리를 정확히 이해하여 이를 바탕으로 논리적으로 문제를 해결함.
	B	문제 상황을 연속함수로 표현하고 사잇값 정리를 적용하여 문제를 해결함.
	C	문제 상황을 연속함수로 표현함.
	D	사잇값 정리를 적용하는 데에 일부 조건만을 설명함.
	E	주어진 절차에 따라 문제 상황을 수학적 사실로 설명함.

2

수업 계획 및 흐름도

	1차시	2차시	3차시	4차시	5차시
수업 흐름도	함수의 연속 정의와 함수의 극한 성질을 이용하여 연속함수의 성질 파악하기, 구간으로 표현하기	그래프 그리기 프로그램을 활용하여 최대·최소 정리, 사잇값 정리 이해하기, 최대·최소 정리, 사잇값 정리를 위한 조건 찾아보기, 간단한 문제해결 하기	연속함수의 성질에 대한 여러 가지 문제해결 하기	연속함수의 성질을 활용할 수 있는지 학생의 성취도 파악을 위한 수행평가 실시하기	평가 피드백 및 평가 문항 1-3의 다른 사례 찾아 발표하기
평가 방법	포트폴리오 평가	포트폴리오 평가	포트폴리오 평가	논술형 평가	구술 평가
수업-평가 연계 주안점	연속함수 판별하기, 실생활 상황을 연속함수로 표현해 보기	방정식의 해의 존재성 설명하기 사잇값 정리 이해하기	수학 기호와 용어를 활용하여 답안 작성하기	연속함수의 성질로 실생활 상황에 적용하기	연속함수의 성질로 실생활 상황에 적용하기

3 평가 문항

문항 정보

문항	교과 역량	성취기준	평가 요소
1	문제해결, 추론, 의사소통	[12미적 I -01-04] 연속함수의 성질을 이해하고, 이를 활용하여 문제를 해결할 수 있다.	• 연속함수의 성질로 연속성 판별하기
2			• 사잇값 정리 적용하기
3			• 연속함수의 성질로 문제해결 하기

평가 문항

1~3 다음은 연속함수의 성질에 대한 설명이다. 물음에 답하시오. [총 16점]

(가) 두 함수 $f(x), g(x)$ 가 $x = a$ 에서 연속이면 ①~④의 함수는 $x = a$ 에서 연속이다.

- ① $cf(x)$ (단, c 는 상수) ② $f(x) + g(x), f(x) - g(x)$ ③ $f(x)g(x)$ ④ $\frac{f(x)}{g(x)}$ (단, $g(x) \neq 0$)

(나) 함수 $f(x)$ 가 닫힌구간 $[a, b]$ 에서 연속이고 $f(a) \neq f(b)$ 이면 $f(a)$ 와 $f(b)$ 사이의 임의의 값 k 에 대하여 $f(c) = k$ 인 c 가 a 와 b 사이에 적어도 하나 존재한다. 이를 사잇값 정리라고 한다. 연속함수의 성질인 사잇값 정리를 이용하여 방정식 $f(x) = 0$ 의 해가 어떤 구간에서 존재하는지 유추할 수 있고, 주어진 구간에서 해가 존재함을 증명할 수 있다.

(다) 기온, 해수면의 높이, 태양의 고도와 같은 자연현상은 연속함수를 이용하여 표현할 수 있고, 우리 생활에서도 연속함수를 이용하여 설명할 수 있는 상황들이 있다. 예를 들어, 오전 10시에 수원을 출발하여 오후 1시에 전주에 도착하였고, 이튿날 오전 10시에 전주를 출발하여 왔던 길을 되돌아가서 오후 1시에 수원에 도착했다면 이들 동안 같은 시간에 같은 곳을 지나가는 순간이 반드시 있었음을 사잇값 정리를 활용하여 설명할 수 있다. 또한 사잇값 정리를 이용하면 ⑦평면도형의 넓이를 이등분하는 직선이 존재함을 설명할 수 있다.

1. 학생 A는 두 연속함수 $f(x) = 2x$, $g(x) = |x| + 1$ 에 대하여 모든 실수 x 에서 연속인 함수를 다음과 같이 세 가지 제시했다. 연속함수의 성질 (가)를 이용하여 학생 A가 옳은지 판단하고 그 이유를 설명하시오. [3점]

$f(x) + g(x)$	$\frac{g(x)}{f(x)}$	$\frac{1}{g(x)}$
---------------	---------------------	------------------

2. (나)를 이용하여 방정식 $3x^3 - 2x^2 + 1 = 0$ 의 해가 열린구간 (a, b) 에 적어도 하나 존재함을 보이고자 한다. 알맞은 a, b 값을 정하고 해가 존재함을 보이시오. (단, $|b - a| \leq 1$) [5점]

3. (다)의 ㉠을 바탕으로 '샌드위치 한 면을 정확히 이등분할 수 있다.'라는 주장을 (나)를 이용하여 수학적으로 설명하고자 한다.

3-1. 샌드위치의 한 면을 나타내는 좌표평면 위의 평면도형을 P 라 할 때, 상수 k 에 대하여 P 를 지나는 직선 l 을 $y = kx$ 라 하자. 다음을 만족하는 P 와 직선 l 을 좌표평면 위에 그리고, $f(a)$ 와 $f(b)$ 의 값을 구하시오. [5점]

- 평면도형 P 는 제1사분면에 있으며 P 의 넓이는 S 이다.
- P 를 지나는 직선 l 의 모든 실수 k 의 범위는 $a \leq k \leq b$ 이다.
- 직선 l 에 의하여 나누어진 P 의 한쪽 넓이를 함수 $f(k)$ 라 하면 $f(k)$ 는 닫힌구간 $[a, b]$ 에서 연속이다.



3-2. '샌드위치 한 면을 정확히 이등분할 수 있다.'라는 주장을 3-1과 (나)를 이용하여 설명하시오. [3점]



채점기준표

문항	평가 요소	채점 요소	척도/배점	수행 수준(채점기준)
1	연속함수의 성질로 연속성 판별하기	연속함수를 판별하고 연속함수 성질로 설명하기	3	연속함수를 판별하고 연속함수의 성질을 활용하여 새롭게 연산한 함수의 연속성을 옳게 설명함.
			2	연속함수를 판별하고 연속함수의 성질을 활용하여 새롭게 연산한 함수의 연속성을 설명하는데 일부 오류가 있음.
			1	연속함수를 판별하지 못함.
2	사잇값 정리 적용하기	방정식의 근이 존재하는 열린구간 제시하기	2	구간의 길이가 1 이하인 열린구간을 제시함.
			1	구간의 길이가 1 이하가 아니거나 구간을 제시하지 않음.
		사잇값 정리를 적용하여 설명하기	3	함수와 방정식의 관계를 이용하여 제시한 닫힌구간에서 연속함수임을 설명하고 사잇값 정리를 가정과 결론 조건 모두 적용하여 설명함.
			2	함수와 방정식의 관계를 이용하여 제시한 닫힌구간에서 연속함수임을 설명하고 사잇값 정리를 적용하는 데에 가정 또는 결론 일부 조건만을 설명함. 사잇값 정리를 적용하는 데에 가정과 결론 조건을 모두 적용하였으나 적절하지 않은 구간을 설정하여 설명함.
			1	연속함수를 제시했으나 사잇값 정리를 적용하지 못함.
3-1	연속함수의 성질로 문제 해결하기	문제 이해하기	2	좌표평면에 평면도형과 직선을 옳게 표현함.
			1	좌표평면에 평면도형과 직선을 옳게 표현하지 못하거나 표현하지 않음.
		연속함수로 표현하기	3	$f(a), f(b)$ 값을 모두 옳게 구함.
			2	$f(a), f(b)$ 값 중 하나를 옳게 구함.
			1	$f(a), f(b)$ 두 값을 모두 구하지 못함.
3-2	연속함수의 성질로 문제 해결하기	사잇값 정리를 활용하여 실생활에 적용하기	3	주어진 상황을 연속함수로 표현하고 샌드위치 한 면을 이등분할 수 있음을 사잇값 정리를 적용하여 논리적으로 설명함.
			2	주어진 상황을 연속함수로 표현하고 샌드위치 한 면을 이등분할 수 있음을 사잇값 정리를 적용하여 설명하였으나 가정 또는 결론 일부 조건만을 설명함. 주어진 상황을 함수로 표현하지는 못했지만 사잇값 정리를 적용하여 설명함.
			1	주어진 상황을 함수로 표현하지 못하고 상식 수준으로 설명함.

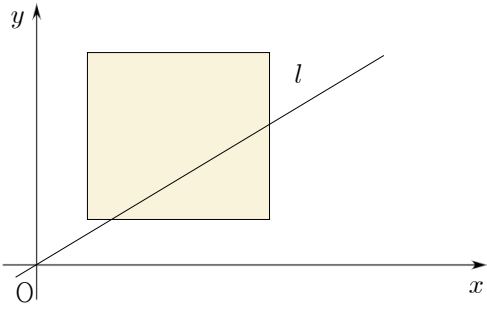


채점 시 유의점

- 문항 2에서 학생마다 다양한 구간을 제시할 수 있으며 오류가 없는지 확인함.
- 사잇값 정리를 적용하는 데에 가정 조건(함수가 닫힌구간 $[a, b]$ 에서 연속이고 $f(a) \neq f(b)$)과 결론 조건($f(a), f(b)$ 사이의 값인 $k = f(c)$ 인 c 가 열린구간 (a, b) 에 적어도 하나 존재함)을 이해하고 이를 수학적인 기호와 용어를 바르게 사용하는지 확인하며 채점함.



예시답안

문항	예시답안
1	$f(x) + g(x), \frac{1}{g(x)}$은 모든 실수 x에 대하여 연속이고 $\frac{g(x)}{f(x)}$는 $f(x) \neq 0$인 x에 대하여 연속이다. 제시된 두 함수 $f(x), g(x)$는 실수 전체에서 연속이고 $g(x) \neq 0$이므로 $f(x) + g(x), \frac{1}{g(x)}$은 (가)의 ①, ④에 의해 연속이다. 그러나 $\frac{g(x)}{f(x)}$는 ④의해 분모가 0인 경우, 즉 $x = 0$에서 함숫값이 정의되지 않아 연속이 아닌 점이 존재한다.
2	열린구간 $(-1, 0)$ 또는 $a = -1, b = 0$. 열린구간 $(-1, -\frac{1}{2})$ 또는 $a = -1, b = -\frac{1}{2}$ 등 다양하게 답을 제시할 수 있음. $f(x) = 3x^3 - 2x^2 + 1$에 대하여 함수 $f(x)$는 닫힌구간 $[-1, 0]$에서 연속이고 $f(-1) = -4, f(0) = 1$이므로 $f(-1) \neq f(0)$이다. 따라서 사잇값 정리에 의해 $f(-1), f(0)$ 사이의 값 0에 대하여 $f(c) = 0$인 c가 열린구간 $(-1, 0)$에 적어도 하나 존재한다.
3-1	
3-2	좌표평면 위에 샌드위치 한 면의 모양을 그리고 그 도형의 넓이를 S라 하자. 직선 $y = kx$ ($a \leq k \leq b$)에 의하여 나누어진 도형의 아래쪽 넓이를 $f(k)$라 하면 $f(k)$는 닫힌구간 $[a, b]$에서 연속이고 $f(a) = 0, f(b) = S$이다. 즉, $f(a) \neq f(b)$이다. 따라서 사잇값 정리에 의해 $f(a), f(b)$ 사이의 값 $\frac{1}{2}S$에 대하여 $f(c) = \frac{1}{2}S$인 c가 열린구간 (a, b)에 적어도 하나 존재한다. 즉, 샌드위치 한 면을 정확히 이등분할 수 있는 직선이 존재하므로 샌드위치를 이등분할 수 있다.



피드백 시 유의점

- 문항 1에서 분수 꼴의 함수는 언제나 연속이 되지 않는다는 오개념을 학생이 가지고 있지는 않은지 확인함.
- 문항 2의 적절한 답을 찾지 못한 경우 공학적 도구를 활용하여 그래프를 그려보고 해가 어느 구간에서 존재하는지 직관적으로 이해할 수 있는 학습 경험을 제시함.
- 문항 2와 3에서 사잇값 정리는 닫힌구간에서 연속인 함수에 대하여 주어진 구간의 양 끝의 함숫값이 서로 다른 경우에 적용할 수 있음을 피드백함.

위치 관계를 판별식으로 판단하기

1 평가 개요

학교급	고등학교	학년	1학년
과목명	공동수학1	영역	방정식과 부등식
성취기준		성취기준별 성취수준	
[10공수1-02-05] 이차함수의 그래프와 직선의 위치 관계를 판단할 수 있다.		A	판별식을 이용하여 이차함수의 그래프와 직선의 위치 관계를 판단할 수 있다.
		B	
		C	판별식을 이용하여 이차함수의 그래프와 직선의 교점의 개수를 구할 수 있다.
		D	
		E	안내된 절차에 따라 이차함수의 그래프와 직선의 교점의 개수를 구할 수 있다.
최소 능력의 수행 특성	• 이차함수와 직선의 그래프를 보고 이차함수와 직선의 방정식을 연립하여 구한 이차방정식의 근의 개수를 말할 수 있다.		
평가 요소	• 이차함수의 그래프와 직선의 위치 관계의 뜻 알기 • 이차함수의 그래프와 직선의 위치 관계 판단하기		
수행 과제	위치 관계를 판별식으로 판단하기		
평가 유형	수행평가 논술형	배점	10
논술형 평가 제작 의도 (출제 의도)	• 이차함수의 그래프와 직선의 위치 관계를 판단하고 판별식으로 교점의 개수를 구할 수 있는지 평가함. • 본 문항은 성취수준 C~E를 고려하여 출제된 것으로, 문항 1은 최소 성취수준의 학생이 그래프의 개형으로 위치 관계와 교점의 개수를 연결할 수 있는지 평가하는 문항 2,3은 C, D 수준의 학생이 이차함수와 직선의 방정식을 연립하여 얻은 판별식의 값으로 위치 관계를 파악할 수 있는지, 이차함수의 그래프와 직선의 위치 관계를 판단할 때 판별식을 이용하여 대수적으로 판단할 필요성을 알고 있는지 평가하는 문항임.		



평가요소별 수행수준

평가 요소	수준	수행 수준
이차함수의 그래프와 직선의 위치 관계의 뜻 알기	A~C	이차함수의 그래프와 직선의 위치 관계를 구분하고 교점의 개수와 연결할 수 있다.
	D	부분적으로 이차함수의 그래프와 직선의 위치 관계를 구분하고 교점의 개수와 연결할 수 있다.
	E	이차함수의 그래프와 직선의 위치 관계를 직관적인 수준에서 구분할 수 있다.
이차함수의 그래프와 직선의 위치 관계 판단하기	A	실생활 곡선을 이차함수 그래프와 직선으로 표현하고 판별식을 이용하여 두 그래프의 위치 관계를 명확하게 설명할 수 있다.
	B	판별식을 이용하여 이차함수 그래프와 직선의 위치관계를 명확하게 설명할 수 있다.
	C	판별식을 이용하여 이차함수 그래프와 직선의 위치 관계를 설명할 수 있다.
	D	판별식을 이용하여 이차함수 그래프와 직선의 교점의 개수를 설명할 수 있다.
	E	안내된 절차에 따라 이차함수 그래프와 직선의 위치 관계와 교점의 개수를 말할 수 있다.

2 수업 계획 및 흐름도

	1차시	2차시	3차시	4차시
수업 흐름도	이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 와 이차방정식 $ax^2 + bx + c = 0$ 사이 의 관계 이해하기	이차함수와 직선의 그래프를 통해 위치 관계를 판단하기 힘들 때 판단할 수 있는 다른 방법 모색하기	이차함수의 그래프와 직선으로 표현된 구조물을 찾고 이차함수와 직선을 각각 식으로 변환하기 위치 관계를 판별식으로 판단하기	이차함수 그래프와 직선의 위치 관계를 교점과 이차방정식의 근으로 파악하고 판별식으로 위치 관계를 판단하는 과정을 서술하기
평가 방법	토의·토론 평가	토의·토론 평가	.	논술형 평가
수업-평가 연계 주안점	이차함수의 그래프에서 x 축과의 교점의 x 좌표 값이 이차방정식의 해와 같음을 모둠별 논의를 통해 발견하고 정리하기	방법을 먼저 제시하지 않고 학생들이 모둠별 논의를 통해 답을 도출할 수 있도록 유도하기 근의 개수와 교점의 개수, 판별식의 개념을 연결하여 방법을 정리하기	이차함수의 그래프와 직선으로 표현된 구조물을 적합한 식으로 표현하는지 평가하기 판별식을 이용하여 위치 관계를 판단할 수 있는지 확인하기	평가를 통해 학습 과정 성찰하기

3 평가 문항

문항 정보

문항	교과 역량	성취기준	평가 요소
1	추론, 의사소통	[10공수1-02-05] 이차함수의 그래프와 직선의 위치 관계를 판단할 수 있다.	• 이차함수의 그래프와 직선의 위치 관계의 뜻 알기
2			• 이차함수 그래프와 직선의 위치 관계 판단하기
3			

평가 문항

1~3 다음은 어느 고등학교 수학주제 탐구 보고서 작성하기 모둠 활동에서 학생 A, B가 나누는 대화이다. 물음에 답하시오. [총 10점]

A: 수학 개념이 적용된 실생활 사례를 조사해 봤어?

B: 나는 스페인 발렌시아의 예술 과학 도시 건물을 조사했어. 도시 내에 있는 펠리페 왕자 과학 박물관인데 여러 기하학적 요소가 디자인에 적용된 것 같아. [그림1]이 박물관의 외관인데 사진을 보면 포물선과 직선이 교차하는 모습이 있어. 이차함수의 그래프와 직선이 적용된 사례로 연결하면 좋을 것 같아.

A: [그림1]의 사진과 유사하게 이차함수의 그래프를 좌표평면에 그려보는 것은 어때?

B: [그림1]의 중앙 부분과 비슷하게 [그림2]와 같이 그래프 개형으로 나타내 볼까?

A: [그림2]의 그래프 개형을 이차함수의 그래프와 직선의 위치 관계에 따라 이차함수와 직선의 방정식으로 나타내어보자.

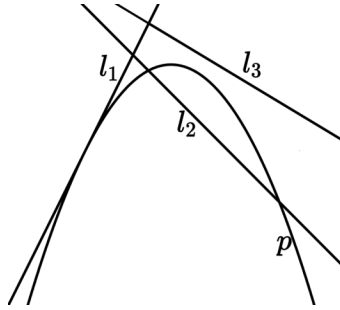
B: 위치 관계는 '서로 다른 두 점에서 만난다.', '한 점에서 만난다(접한다).', '만나지 않는다.' 세 경우를 나타낸 것이지?

A: 맞아. 그리고 공학도구를 이용하면 편리할 것 같아서 ㉠[그림3]처럼 공학도구를 이용해서 그래프를 그려봤더니 이차함수 $y = -11x^2 + 9x - 10$ 의 그래프와 직선 $y = -11x - 1$ 이 서로 접하는 것처럼 보여.

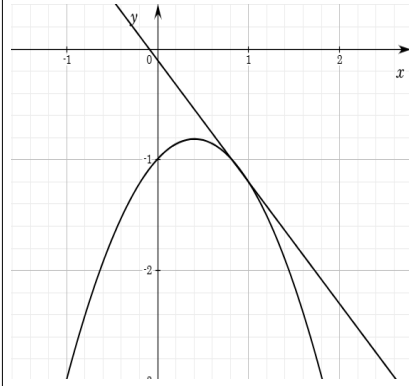


[그림 출처: doopediaP. 김지원(2013).
펠리페 왕자 과학 박물관]

[그림1]



[그림2]



[그림3]

1. [그림2]의 이차함수의 그래프 p 와 각각의 직선 l_1, l_2, l_3 와의 위치 관계 및 교점의 개수를 쓰시오. (단, 위치 관계는 자료에 제시된 문장을 이용한다.) [2점]

	위치 관계	교점의 개수
이차함수의 그래프 p 와 직선 l_1	한 점에서 만난다(접한다).	
이차함수의 그래프 p 와 직선 l_2		
이차함수의 그래프 p 와 직선 l_3		

2. 학생 A, B는 [그림2]의 그래프 p 를 이차함수 $y = -x^2 + 2x$ 와 같이 나타내고 직선 l_1, l_2, l_3 를 각각의 위치 관계에 따라 다음과 같이 식으로 나타냈다고 할 때, 위치 관계에 따른 알맞은 식인지 판별하고 그 이유를 설명하시오. (단, 적어도 하나는 판별식을 이용하여 설명한다.) [5점]

$$l_1: y = 2x \quad l_2: y = -x + \frac{3}{2} \quad l_3: y = -\frac{3}{5}x + \frac{5}{3}$$

3. [그림3]의 경우 ㉠은 수학적으로 옳지 않다. 그 이유를 설명하고 위치 관계를 판단할 때 판별식을 사용하는 이유를 서술하시오. [3점]



채점기준표

문항	평가 요소	채점 요소	척도/배점	수행 수준(채점기준)
1	이차함수의 그래프와 직선의 위치 관계의 뜻 알기	이차함수의 그래프와 직선의 위치 관계 및 교점의 개수를 판단하기	2	그래프 개형의 위치 관계와 교점의 개수 모두 옳게 씀.
			1	그래프 개형의 위치 관계와 교점의 개수 중 오류가 있음.
2	이차함수 그래프와 직선의 위치 관계 판단하기	위치 관계를 판별식을 이용하여 판단하기	5	이차함수 그래프와 주어진 직선 l_1, l_2, l_3 의 위치 관계를 모두 옳게 판단하고 정당화 과정이 옳으며 판별식을 사용함.
			4	이차함수 그래프와 주어진 직선 l_1, l_2, l_3 의 위치 관계를 모두 옳게 판단하고 정당화 과정이 옳으나 판별식을 사용하지 않음.
			3	이차함수 그래프와 주어진 직선 l_1, l_2, l_3 의 위치 관계를 모두 옳게 판단하고 판별식을 사용하였으나, 판별식 사용 시 수식의 오류가 있음.
				판별식 사용 시 수식의 오류가 있지만, 판별식 결과에 따른 이차함수 그래프와 주어진 직선 l_1, l_2, l_3 의 위치 관계 판단이 옳음.
			2	이차함수 그래프와 주어진 직선 l_1, l_2, l_3 의 위치 관계를 모두 옳게 판단하였으나 정당화 과정이 부족하거나 없음.
			1	이차함수 그래프와 주어진 직선 l_1, l_2, l_3 의 위치 관계를 판단하지 못하고 정당화 과정이 부족하거나 없음.
3		판별식 유용성 알기	3	이차함수의 그래프와 직선이 서로 접하지 않는 이유(서로 다른 두 점에서 만난다)를 판별식을 이용하여 판단하고 그래프를 직관적으로 판단하기보다 판별식을 이용했을 때 수식을 이용하여 합리적 판단을 할 수 있다는 유용성을 설명함.
			2	이차함수의 그래프와 직선이 서로 접하지 않는 이유(서로 다른 두 점에서 만난다)를 판별식을 이용하여 판단하는 과정이 부족함.
				그래프를 직관적으로 판단하기보다 판별식을 이용하는 것이 유용하다는 설명이 부족함.
			1	설명에 판별식을 언급하지 않음.



채점 시 유의점

- 표현이 다르더라도 서술 과정에서 이유가 충분히 설명되었다면 옳은 것으로 인정함.
- 판별식의 부호와 위치 관계의 연결성을 이해하는가에 중점을 두고 채점함.
- 판별식의 이해 오류와 단순 계산 실수로 인한 오류를 구분해서 채점함.



예시답안

문항	예시답안		
1		위치 관계	교점의 개수
	이차함수의 그래프 p 와 직선 l_1	한 점에서 만난다(접한다).	1
	이차함수의 그래프 p 와 직선 l_2	서로 다른 두 점에서 만난다.	2
	이차함수의 그래프 p 와 직선 l_3	만나지 않는다.	0
2	i) $l_1: y = 2x$ 의 경우 $y = -x^2 + 2x$ 와 $y = 2x$ 을 연립하면 $x^2 = 0$ 중근 $x = 0$ 을 가지므로 두 그래프는 서로 접하므로 [그림2]의 직선 l_1 이라 할 수 있다.		
	ii) $l_2: y = -x + \frac{3}{2}$ 의 경우 $y = -x^2 + 2x$ 와 $y = -x + \frac{3}{2}$ 을 연립하면 $2x^2 - 6x + 3 = 0$ 판별식 D 에 대하여 $\frac{D}{4} = (-3)^2 - 2 \times 3 = 3 > 0$ 이다. 이차방정식 $2x^2 - 6x + 3 = 0$ 이 서로 다른 두 근을 가지므로, 두 그래프는 서로 다른 두 개의 교점을 갖는다. 즉, 이차함수 $y = -x^2 + 2x$ 의 그래프와 직선 $y = -x + \frac{3}{2}$ 는 서로 다른 두 점에서 만난다. 따라서 [그림2]의 직선 l_2 라 할 수 있다.		
	iii) $l_3: y = -\frac{3}{5}x + \frac{5}{3}$ 의 경우 $y = -x^2 + 2x$ 와 $y = -\frac{3}{5}x + \frac{5}{3}$ 을 연립하면 $x^2 - \frac{13}{5}x + \frac{5}{3} = 0$ 판별식 D 에 대하여 $D = \left(-\frac{13}{5}\right)^2 - 4 \times 1 \times \left(\frac{5}{3}\right) = \frac{169}{25} - \frac{20}{3} = \frac{507 - 500}{75} = \frac{7}{75} > 0$ 이다. 이차방정식 $x^2 - \frac{13}{5}x + \frac{5}{3} = 0$ 이 서로 다른 두 근을 가지므로, 두 그래프는 서로 다른 두 개의 교점을 갖는다. 즉, 이차함수 $y = -x^2 + 2x$ 와 직선 $y = -\frac{3}{5}x + \frac{5}{3}$ 는 서로 다른 두 점에서 만난다. 그러나 [그림2]에서는 만나지 않으므로 직선 l_3 로 옳지 않다.		
3	$y = -11x^2 + 9x - 10$ 와 $y = -11x - 1$ 을 연립하면 $11x^2 - 20x - 9 = 0$ 판별식 D 에 대하여 $\frac{D}{4} = 10^2 - 11 \times 9 = 1 > 0$ 이므로 서로 다른 두 점에서 만난다. 직관적으로 판단하는 것은 수학적 근거가 없고 잘못 판단할 수 있으므로 판별식을 사용하여 수식으로 판단하는 과정이 필요하다.		



피드백 시 유의점

- 이차함수와 이차방정식의 관계를 정확히 이해하고 있는지 점검함.
- 학생들이 구조물 혹은 예술 작품에서 추출한 위치 관계를 함수로 변환했을 때 제대로 변환했는지 학생들과 같이 검증함.
- 판별식이 갖는 의미를 서로 토론하며 기하와 대수와의 관계성을 파악할 수 있도록 지도함.

1 평가 개요

학교급	고등학교	학년	1학년
과목명	공통수학1	영역	경우의 수
성취기준		성취기준별 성취수준	
[10공수1-03-01] 합의 법칙과 곱의 법칙을 이해하고, 적절한 전략을 사용하여 경우의 수와 관련된 문제를 해결할 수 있다.		A	합의 법칙과 곱의 법칙을 이해하여 설명할 수 있으며, 적절한 전략을 사용하여 경우의 수와 관련된 다양한 문제를 해결할 수 있다.
		B	합의 법칙과 곱의 법칙을 이해하고, 적절한 전략을 사용하여 경우의 수와 관련된 다양한 문제를 해결할 수 있다.
		C	합의 법칙과 곱의 법칙을 이해하고, 경우의 수와 관련된 간단한 문제를 해결할 수 있다.
		D	합의 법칙과 곱의 법칙을 알고, 경우의 수와 관련된 간단한 문제를 해결할 수 있다.
		E	합의 법칙과 곱의 법칙을 안다.
[10공수1-03-02] 순열의 개념을 이해하고, 순열의 수를 구하는 방법을 설명할 수 있다.		A	순열의 개념을 이해하고, 순열의 수를 구할 수 있으며 구한 방법을 설명할 수 있다.
		B	순열의 개념을 이해하고, 순열의 수를 구할 수 있다.
		C	순열의 개념을 알고, 순열의 수를 구할 수 있다.
		D	순열의 개념을 알고, 순열의 수를 구할 수 있다.
[10공수1-03-03] 조합의 개념을 이해하고, 조합의 수를 구하는 방법을 설명할 수 있다.		E	${}_nP_r$ 의 값을 구할 수 있다.
		A	조합의 개념을 이해하여 설명할 수 있고, 조합의 수를 다양한 방법으로 구할 수 있으며 그 방법을 논리적으로 설명할 수 있다.
		B	조합의 개념을 이해하고, 조합의 수를 구할 수 있으며 구한 방법을 설명할 수 있다.
		C	조합의 개념을 알고, 조합의 수를 구할 수 있다.
		D	조합의 수를 ${}_nC_r$ 로 나타내고 그 값을 구할 수 있다.
최소 능력의 수행 특성		E	${}_nC_r$ 의 값을 구할 수 있다.
평가 요소	- 합의 법칙과 곱의 법칙을 안다. ${}_nP_r$, ${}_nC_r$의 값을 구할 수 있다. - 순열과 조합의 차이를 설명하고 경우의 수 구하기 - 경우의 수를 이용하여 전략 세우기		
수행 과제	경우의 수를 활용하여 숫자 야구 게임의 승리 전략 세우기		
평가 유형	수행평가 논술형	배점	15
논술형 평가 제작 의도 (출제 의도)	- 모둠원별 대항 '숫자 야구 게임'을 통해 흥미를 갖고 수업에 참여하며 성취수준과 관계없이 모든 학생이 수업에 참여하도록 하였고 게임을 통해 '경우의 수'에 대해 학습할 수 있을 뿐 아니라 협동심과 의사소통능력, 경우의 수에 대한 문제해결능력을 키울 수 있도록 함. - 본 문항은 A~E 수준을 평가하기 위해 출제된 것으로, 문항1은 E 수준의 학생, 문항2는 D 수준의 학생, 문항3은 B~C 수준의 학생, 문항 4는 A~B 수준의 학생을 고려한 문항으로 출제함. - 수업에 진행한 게임의 상황을 평가 지문에 활용하여 수업의 활동과 연결된 평가를 진행하여 수업과 평가가 연계됨을 학생들이 느낄 수 있도록 함. - 수업과 평가를 통해 수학의 개념이 실생활과 적용해 보는 기회를 제공할 뿐 아니라 수열과 조합의 개념, 그 개념의 차이에 대해 스스로 이해할 수 있도록 함.		



평가요소별 수행 수준

평가 요소	수준	수행 수준(채점기준)
순열과 조합의 차이를 설명하고 경우의 수 구하기	A	순열과 조합의 개념에 대한 이해를 바탕으로 주어진 상황에 대한 경우의 수를 구할 수 있으며 순열과 조합의 차이에 대해 논리적으로 설명할 수 있다.
	B	순열과 조합의 개념에 대한 이해를 바탕으로 주어진 상황에 대한 경우의 수를 구할 수 있으며 순열과 조합의 차이에 대해 설명할 수 있다.
	C	순열과 조합의 개념에 대한 이해를 바탕으로 주어진 상황에 대한 경우의 수를 구할 수 있다.
	D	순열과 조합의 개념 차이에 대해 이해하고 순열의 수와 조합의 수를 계산할 수 있다.
	E	순열의 수와 조합의 수를 계산할 수 있다.
경우의 수를 이용하여 전략 세우기	A	여러 조건을 동시에 만족하는 경우의 수를 구하고 이를 바탕으로 합리적인 선택을 하고 선택한 이유에 대한 근거를 수학적이고 논리적으로 설명할 수 있다.
	B	여러 조건을 동시에 만족하는 경우의 수를 구하고 이를 바탕으로 합리적인 선택을 하고 선택한 이유에 대한 근거를 자신의 용어로 설명할 수 있다.
	C	여러 조건을 동시에 만족하는 경우의 수를 구하고 이를 바탕으로 합리적인 선택을 할 수 있다.
	D	주어진 몇 가지 조건에 알맞은 경우의 수를 구할 수 있다.
	E	각 조건에 알맞은 경우의 수를 구할 수 있다.

2

수업 계획 및 흐름도

	1차시	2차시	3차시	4차시
수업 흐름도	모둠별 대항 '숫자 야구게임 I'을 통해 모둠원들과 각 힌트에서 얻은 경우의 수를 구해보기	모둠별 대항 '숫자 야구게임 II'를 통해 게임에서 얻은 힌트에 대한 경우의 수 구하기 '숫자 야구게임 I, II'의 규칙의 차이로 인해 각 힌트의 경우의 수를 구하는 방법의 차이를 이해하기	경우의 수를 구하는 유형별 문제를 풀며 순열과 조합으로 풀어야 하는 문제 구분하기 모둠 토의를 통해 순열과 조합의 개념의 차이를 이해하기	'숫자 야구 게임' 전략 세우고 경우의 수를 구하여 전략의 근거 설명하기
평가 방법	구술 평가	토의·토론 평가	토의·토론 평가	논술형 평가
수업-평가 연계 주안점	학생 발표와 교사 관찰을 통한 정의적 능력 평가	학생들이 평가 문항을 이해하는데 어려움이 없도록 수업 시간의 게임 활동 상황을 평가 문항의 지문과 연결하여 지도하기		논술형 문항 안내하기

3 평가 문항

문항 정보

문항	교과 역량	성취기준	평가 요소
1	문제해결, 추론, 의사소통, 연결	[10공수1-03-01] 합의 법칙과 곱의 법칙을 이해하고, 적절한 전략을 사용하여 경우의 수와 관련된 문제를 해결할 수 있다. [10공수1-03-02] 순열의 개념을 이해하고, 순열의 수를 구하는 방법을 설명할 수 있다. [10공수1-03-03] 조합의 개념을 이해하고, 조합의 수를 구하는 방법을 설명할 수 있다.	• 순열과 조합의 차이를 설명하고 경우의 수 구하기
2			• 경우의 수를 이용하여 전략 세우기
3			
4			

평가 문항

1~4

다음은 A 교사가 경우의 수 수업에서 진행한 ‘숫자 야구 게임 I · II’의 규칙과 득점 방법 안내 자료이다. 물음에 답하시오. [총 15점]

I. ‘숫자 야구 게임 I’의 규칙과 득점 방법

- 게임 규칙: 교사가 생각하는 네 자리 수 맞추기
 - 규칙① 교사가 생각하는 네 자리 수(1~9까지의 숫자 중 서로 다른 네 개로 이루어진 수)를 모둠별로 협력하여 맞추는 게임이다.
 - 규칙② 교사가 생각한 네 자리 수를 맞추기 위해 6개의 모둠(3~4인 1모둠)이 돌아가면서 서로 다른 수로 구성된 네 자리의 수를 부른다.
 - 규칙③ 각 모둠에서 숫자를 부르면 교사는 다음과 같이 말하여 힌트를 준다.
 - 숫자는 맞지만 위치가 틀린 수가 n 개 있을 경우 ‘ n 볼(nB)’
 - 숫자와 위치가 둘 다 맞는 수가 n 개 있을 경우 ‘ n 스트라이크(nS)’
 - 숫자와 위치가 전부 틀리면 ‘아웃(O)’
 예) 교사가 생각한 수가 2579인데, 어떤 모둠에서 부른 수가 5276이라고 하면 2와 5는 숫자는 맞지만 위치는 틀리고, 7은 숫자와 위치가 둘 다 맞으므로 교사가 힌트로 ‘1스트라이크(1S), 2볼(2B)’이라고 말한다.
 - 규칙④ 6개의 모둠이 차례대로 돌아가며 네 자리 수를 부르다가 교사가 생각한 네 자리 수를 정확하게 맞춘 모둠이 생기면 게임을 끝낸다.
 - 규칙⑤ 6개의 모둠이 모두 숫자를 불렀는데, 교사가 생각한 숫자를 맞춘 모둠이 없으면 모든 모둠이 답이라고 생각하는 숫자를 적어서 교사에게 제출한다.
 - 규칙⑥ 이 때, 맞춘 모둠이 있다면 게임은 종료되고, 맞춘 모둠이 없다면 각 모둠이 적어낸 숫자는 알려주지 않고 위의 방법으로 숫자를 맞힐 때까지 게임은 반복된다.
- 득점 방법
 - 득점 방법① 부른 수에 ‘스트라이크(S)’가 나온 모둠은 1점 득점, 단, 앞 모둠에서 ‘ n 스트라이크’가 나오면 다음 모둠은 ‘ $(n+1)$ 개 이상의 스트라이크’가 나오는 경우만 득점
 - 득점 방법② 부른 수에 ‘4볼(B)’이 나온 경우와 ‘아웃(O)’이 나온 모둠은 1점 득점
 - 득점 방법③ 교사가 생각한 네 자리 수를 맞춘 모둠은 2점 득점

II. '숫자 야구 게임 II'의 규칙과 득점 방법

- 게임 규칙: 교사가 생각하는 네 자리 수가 $abcd$ 라고 하면 a, b, c, d 는 1~9까지의 숫자이고 $a < b < c < d$ 의 관계를 가지고 있다.
- 그 외 규칙과 득점 방법은 첫 번째 게임과 같다.

1. '숫자 야구 게임 I'에서 교사가 생각할 수 있는 네 자리 수의 경우의 수를 구하고, 그 과정을 서술하시오. [3점]
2. '숫자 야구 게임 II'에서 교사가 생각할 수 있는 네 자리 수의 경우의 수를 조합의 수 ${}_nC_r$ 를 이용하여 구하고, 조합의 수를 이용하는 이유를 순열의 수와 비교하여 서술하시오. [4점]
3. '숫자 야구 게임 I'에서 규칙 ③의 '아웃'의 힌트를 얻는 경우의 수와 '1스트라이크(1S)'의 힌트를 얻는 경우의 수를 비교하여 첫 번째 모둠이 두 힌트 중 어떤 힌트를 받는 것이 두 번째 모둠의 득점에 유리한지 경우의 수를 이용하여 논술하시오. [4점]
4. '숫자 야구 게임 I'에서 5모둠까지 부른 숫자의 힌트가 다음과 같다고 할 때, 자신이 6모둠에 속해 있을 경우, 득점을 하기 위해 부르고 싶은 수를 적고 그 이유를 논술하시오. [4점]

모둠	부른 수	교사의 힌트	득점
1모둠	4321	1B	0점
2모둠	9876	2B	0점
3모둠	3456	3B	0점
4모둠	5678	2S	1점
5모둠	5641	2S	0점 (4모둠과 S의 수가 같음.)



채점기준표

문항	평가 요소	채점 요소	척도/배점	수행 수준(채점기준)
1		순열의 수를 구하기	3	순열의 수를 구하는 식과 그 답을 모두 옳게 작성함.
			2	순열의 수를 구하는 식을 옳게 작성하였으나 답은 틀림. 순열의 수를 일일이 세어 경우의 수를 옳게 구함.
			1	순열의 수를 구하는 방법과 그 답이 모두 틀림.
2	순열과 조합의 차이를 설명하고 경우의 수 구하기	조합의 수를 구하기	4	조합의 수를 사용하여 구하는 식과 경우의 수를 옳게 구하였고 조합을 통해 경우의 수를 구하는 이유에 대해 옳게 설명함.
			3	조합의 수를 사용하여 구하는 식과 경우의 수를 옳게 구하였으나 조합을 통해 경우의 수를 구하는 이유 설명이 미흡함. 조합의 수를 사용하여 구하는 식과 조합을 통해 경우의 수를 구하는 이유에 옳게 설명하였으나 답이 틀림.
			2	조합을 통해 경우의 수를 구하는 이유 설명이 미흡하고 구해야 할 경우의 수를 구하는 식을 옳게 작성하지 못 함.
			1	경우의 수도 구하는 식도 옳게 작성하지 못하고 조합을 통해 경우의 수를 구하는 이유도 설명하지 못 함.
3		경우의 수를 구하고 결과 비교하기	4	두 힌트로 얻을 수 있는 경우의 수를 구하는 풀이 과정과 그 답을 모두 옳게 서술하고 '아웃'의 경우가 유리하다고 논리적으로 설명함.
			3	두 힌트로 얻을 수 있는 경우의 수를 구하는 풀이 과정과 그 답을 모두 옳게 서술하였으나, '아웃'의 경우가 유리하다고 설명하지 못함. 두 힌트로 얻을 수 있는 경우의 수를 구하는 과정에서 계산 실수로 그 답만 틀렸으나, '아웃'의 경우가 유리하다고 설명함.
			2	두 힌트로 얻을 수 있는 수들을 일일이 나열하여 그 답을 옳게 구하였으나 이를 통해 '아웃'의 경우가 유리함을 설명하지 못함.
			1	두 힌트로 얻을 수 있는 경우의 수를 구하는 과정을 옳게 서술하지 못함.
4	경우의 수를 이용하여 전략 세우기	게임의 승리 전략의 근거를 논리적으로 설명하기	4	주어진 힌트 5개를 통해 교사가 부른 수 2가지를 찾는 과정을 옳게 서술하고 이를 통해 득점을 하기 위한 전략을 논리적이고 합리적으로 논술함.
			3	주어진 힌트 5개를 통해 교사가 부른 수 2가지를 찾는 과정을 옳게 서술하고 이를 통해 득점하기 위한 전략에 대해 다소 미흡한 근거를 들어 논술함. 주어진 힌트 5개를 통해 교사가 부른 네자리 수 중 두세 개의 수만 찾았으나 수학적인 근거를 들어 서술하였고 이를 통해 득점을 하기 위한 전략을 논리적이고 합리적으로 작성함.
			2	주어진 힌트 5개를 통해 교사가 부른 네자리 수 중 한 개의 수만 찾았으나 수학적인 근거를 들어 서술하였고 이를 통해 득점을 하기 위한 전략을 논리적이고 합리적으로 작성함. 주어진 힌트 5개를 통해 교사가 부른 네자리 수 중 두세 개의 수만 찾았으나 수학적인 근거를 들어 서술하였고 득점하기 위한 전략에 대해 다소 미흡한 근거를 들어 논술하지 못함. 주어진 힌트 5개를 통해 교사가 부른 수 2가지를 찾는 과정을 옳게 서술하였으나 득점하기 위한 전략에 대해 논술하지 못함.
			1	주어진 힌트 5개를 통해 교사가 부른 수에 대한 추론을 전혀 하지 못하였고, 득점하기 위한 전략을 논술하지 못함.



채점 시 유의점

- 풀이 과정에 대한 서술 없이 결과 값만 맞은 경우 답으로 인정하지 않음.
- 문항1의 경우 nPr 의 기호를 사용하지 않고 나올 수 있는 수를 나열하여 결과를 도출하여도 답으로 인정함.
- 문항3의 경우 두 힌트로 얻을 수 있는 경우의 수를 구하지 못하면 '교사가 생각한 네 자리 수'를 맞힐 확률에 대해 비교한 내용에 대해 점수를 주지 않음.
- 문항4의 경우 득점을 하기 위해 부르는 수에 대해 논리적이고 수학적으로 모순없이 설명한 경우 답으로 인정함.



예시답안

문항	예시답안
1	첫 번째 게임에서 교사가 생각할 수 있는 숫자의 경우의 수는 ${}_9P_4 = 9 \times 8 \times 7 \times 6 = 3024$ 이다.
2	두 번째 게임에서 교사가 생각할 수 있는 숫자의 경우의 수는 ${}_9C_4 = \frac{9 \times 8 \times 7 \times 6}{4 \times 3 \times 2 \times 1} = 126$ 이다. 조합을 통해 숫자를 구하는 이유는 n 개 중에 r 개를 선택할 때, 순서를 고려하지 않아도 되는데 두 번째 게임에서는 교사가 숫자 4개를 골라서 부르려고 할 때, 4개의 숫자의 크기에 따라 한가지 순서로 고정되기 때문에 조합으로 경우의 수를 구할 수 있다.
3	‘아웃’의 힌트를 얻은 경우에는 교사가 생각한 숫자는 ${}_5P_4 = 5 \times 4 \times 3 \times 2 = 120$ 가지이고 ‘1스트라이크’의 힌트를 얻은 경우에는 $4 \times {}_5P_3 = 4 \times (5 \times 4 \times 3) = 240$ 가지이므로 첫 번째 모둠이 ‘아웃’의 힌트를 얻는 것이 두 번째 모둠에게 유리하다.
4	4모둠이 부른 수와 5모둠이 부른 수가 5678과 5641이고 둘 다 2S이므로 교사가 생각한 수는 56으로 시작하는 네 자리 수이고 1, 4, 7, 8은 들어가지 않는다. 2모둠이 부른 9876이 2B인데, 7, 8은 제외하면 9도 교사가 생각한 숫자에 들어가고 3모둠이 부른 3456이 3B인데, 4가 제외되면 5, 6과 함께 3도 교사가 생각한 숫자 중 하나이므로 교사가 생각한 답은 5693 또는 5639이다. 그러나 정확한 답을 얻을 수 없으므로 ‘아웃’이 되는 1, 2, 4, 7, 8로 이루어진 ‘네 자리 수’를 불러 1점 득점하는 방법을 선택한 후, 규칙⑤를 통해 답을 말한 기회 1번을 더 얻을 것이다.



피드백 시 유의점

- 성취기준을 확인하고, 내용과 문항의 난이도, 성취수준 부합 정도를 고려함.
- 해당 학생의 수준보다 높은 수준으로 응답한 결과를 확인하여 그와 함께 피드백함.
- 평소 수업 시간에 학생을 관찰한 내용을 고려하여 피드백함.
- 순열의 수와 조합의 수를 구하지 못한 경우, 최소 성취수준 미도달이 되지 않도록 예방 지도함.

1 평가 개요

학교급	고등학교	학년	1학년
과목명	공통수학2	영역	도형과 측정
성취기준		성취기준별 성취수준	
[10공수2-01-02] 두 직선의 평행 조건과 수직 조건을 탐구하고 이해한다.		A	두 직선의 평행 조건과 수직 조건을 탐구하여 설명하고, 관련된 문제를 해결할 수 있다.
		B	두 직선의 평행 조건과 수직 조건을 설명하고, 관련된 문제를 해결할 수 있다.
		C	두 직선의 평행 조건과 수직 조건을 이해하고, 간단한 문제를 해결할 수 있다.
		D	두 직선의 평행 조건과 수직 조건을 안다.
		E	두 직선의 평행 조건 또는 수직 조건을 안다.
[10공수2-01-03] 점과 직선 사이의 거리를 구하고, 관련된 문제를 해결할 수 있다.		A	점과 직선 사이의 거리를 구하는 방법을 이해하여 그 거리를 구하고, 관련된 문제를 해결할 수 있다.
		B	점과 직선 사이의 거리를 구하고, 간단한 문제를 해결할 수 있다.
		C	점과 직선 사이의 거리를 구하고, 간단한 문제를 해결할 수 있다.
		D	점과 직선 사이의 거리를 구하고, 간단한 문제를 해결할 수 있다.
		E	안내된 절차에 따라 원점과 직선 사이의 거리를 구할 수 있다.
[10공수2-01-04] 원의 방정식을 구하고, 그래프를 그릴 수 있다.		A	원의 정의를 이용하여 원의 방정식을 유도할 수 있으며, 원의 방정식을 구하고 $x^2 + y^2 + Ax + By + C = 0$ 꼴의 원의 방정식의 그래프를 그릴 수 있다.
		B	원의 방정식을 구하고, $x^2 + y^2 + Ax + By + C = 0$ 꼴의 원의 방정식의 그래프를 그릴 수 있다.
		C	원의 중심의 좌표와 반지름의 길이가 주어졌을 때 원의 방정식을 구하고, $(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$ 꼴의 원의 방정식의 그래프를 그릴 수 있다.
		D	$(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$ 꼴의 원의 방정식의 그래프를 그릴 수 있다.
		E	안내된 절차에 따라 $(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$ 꼴의 원의 방정식의 그래프를 그릴 수 있다.
[10공수2-01-06] 평행이동을 탐구하고, 실생활과 연결하여 문제를 해결할 수 있다.		A	도형의 평행이동을 탐구하고 평행이동한 도형의 방정식을 구할 수 있으며, 실생활과 연결하여 문제를 해결할 수 있다.
		B	도형의 평행이동을 이해하고 평행이동한 도형의 방정식을 구할 수 있으며, 실생활과 연결할 수 있다.
		C	도형의 평행이동을 알고 평행이동한 도형의 방정식을 구할 수 있다.
		D	평행이동한 도형의 방정식을 구할 수 있다.
		E	평행이동한 점의 좌표를 구할 수 있다.
최소 능력의 수행 특성	- 직선 $y = mx$와 평행한 직선의 방정식을 찾을 수 있다. - 주어진 점을 x축 또는 y축의 방향으로 평행이동한 점의 좌표를 구할 수 있다. - 간단한 예를 통해 도형의 방정식에 관심을 가진다.		

평가 요소	• 평행이동한 도형의 방정식 설명하기 • 두 직선의 평행 조건과 수직조건 설명하기 • 점과 직선 사이의 거리를 구하는 과정 서술하기 • 원의 정의를 이용하여 원의 방정식 구하는 과정 서술하기		
수행 과제	원과 직선의 방정식을 이용하여 롤러코스터 설계도 분석하기		
평가 유형	수행평가 논술형	배점	13
논술형 평가 제작 의도 (출제 의도)	• 본 문항은 롤러코스터 설계도를 원과 직선의 방정식으로 분석하는 과정을 통해 실생활에서의 도형의 방정식에 관심을 갖도록 하기 위해 출제함. • 본 문항은 성취수준 A~E를 고려하여 출제한 것으로, 1번은 D, E 수준의 학생이 두 원의 방정식의 중심의 좌표를 각각 구하고 두 좌표사이의 관계를 평행이동과 연결할 수 있는지를 평가하는 2번 문항은 최소 성취수준의 학생이 두 직선의 기울기를 이용하여 두 직선이 서로 평행하거나 수직인지를 판단할 수 있는지를 평가하는 문항, 3번 문항은 A, B 수준의 학생이 실생활 문제 상황에서 점과 직선 사이의 거리를 구할 수 있는지 확인하는 문항임. 문항 4번 문항은 C 수준의 학생이 두 원이 서로 내접할 때 반지름의 길이를 구하고 중심과 반지름의 길이를 이용하여 원의 방정식을 구할 수 있는지를 평가하는 문항임. • 수업시간에 원과 직선의 그래프를 이용하여 디자인하는 활동을 수행했기 때문에 롤러코스터 설계도는 원과 직선의 그래프를 이용하여 디자인되었음을 학생들이 이해할 수 있음. • 롤러코스터 설계도에서 원과 직선의 그래프에 대한 성질을 찾고, 이를 이용하여 문제를 해결할 수 있음. • 롤러코스터의 설계도를 통해 클로소이드 곡선을 이해하고, 다양한 곡선을 탐구한 과정과 내용으로 산출물을 만들 수 있음.		



평가요소별 수행 수준

평가 요소	수준	수행 수준(채점기준)
평행이동한 도형의 방정식 설명하기	A	두 원의 그래프 사이의 관계를 두 원의 중심의 좌표 간의 평행이동으로 설명할 수 있다.
	B	
	C	
	D	
	E	주어진 안내에 따라 원의 방정식에서 중심의 좌표를 구할 수 있다.
두 직선의 평행 조건과 수직조건 설명하기	A	직선 $y = mx$ 와 평행하거나 수직인 직선의 방정식을 찾고, 기울기를 이용하여 설명할 수 있다.
	B	
	C	
	D	
	E	주어진 안내에 따라 직선 $y = mx$ 와 평행하거나 수직인 직선의 방정식을 찾을 수 있다.
점과 직선 사이의 거리를 구하는 과정 서술하기	A	원의 방정식의 중심의 좌표에서 직선까지의 거리를 구하는 과정을 논리적으로 서술하고 문제 상황에 맞게 해석하고 설명할 수 있다.
	B	원의 방정식의 중심의 좌표에서 직선까지의 거리를 구하는 과정을 논리적으로 서술하고 문제 상황에 맞게 설명할 수 있다.
	C	원의 방정식의 중심의 좌표에서 직선까지의 거리를 단순히 구할 수 있다.
	D	
	E	주어진 안내에 따라 원의 방정식의 중심의 좌표를 구할 수 있다.
원의 정의를 이용하여 원의 방정식 구하는 과정 서술하기	A	두 원에서 한 원이 다른 원에 내접할 때 두 원의 중심 사이의 거리와 한 원의 반지름의 길이를 이용하여 다른 원의 반지름의 길이를 구하는 과정을 논리적으로 서술할 수 있다.
	B	
	C	두 원에서 한 원이 다른 원에 내접할 때 두 원의 중심 사이의 거리와 한 원의 반지름의 길이를 이용하여 다른 원의 반지름의 길이를 구하는 과정을 이해할 수 있다.
	D	
	E	주어진 안내에 따라 두 점 사이의 거리를 구하는 공식과 원의 중심의 좌표와 반지름의 길이를 이용하여 원의 방정식을 나타내는 것을 알 수 있다.

2 수업 계획 및 흐름도

	1차시	2차시	3차시	4차시	5차시
수업 흐름도	알지오매스의 도구 사용법을 익히고, 원과 직선의 그래프 탐구하기	알지오매스를 이용하여 진로(관심분야)와 관련된 디자인 만들기	원과 직선의 방정식 구하고, 그래프로 나타내기	원과 직선의 방정식에 대한 문제해결력 평가하기	클로소이드 등 실생활에서의 다양한 곡선을 탐구하기
평가 방법	.	실습평가	.	논술형 평가	프로젝트 평가
수업-평가 연계 주안점	원과 직선의 방정식을 대수창에 입력하여 나타난 그래프 탐구하기	원과 직선의 그래프를 이용하여 진로(관심분야)와 관련된 디자인을 만들고, 디자인의 제목, 스토리 등을 작성하기	원과 직선의 방정식을 구하고 그래프로 나타내보는 모둠활동(나도 수학전문가 활동)을 통해 개념 확인하기	롤러코스터 설계과정에서 나타나는 원과 직선의 방정식에 대한 문제해결력 평가하기	실생활에서의 다양한 곡선을 통해 수학의 유용성 및 가치를 느끼게 된 탐구과정과 결과를 작성하기

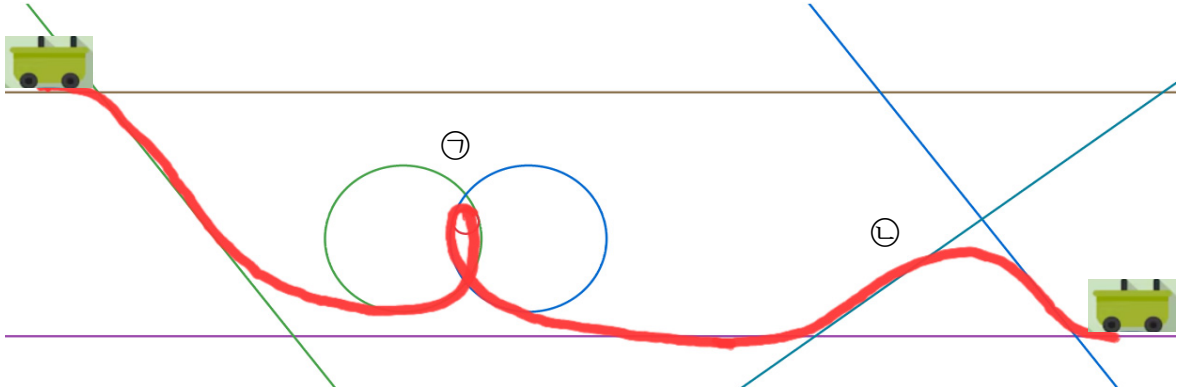
3 평가 문항

문항 정보

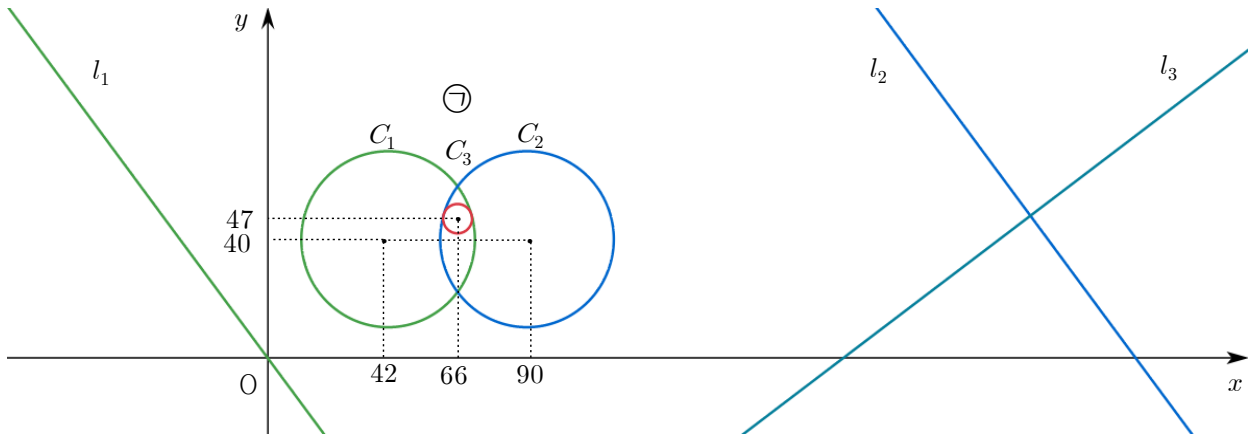
문항	교과 역량	성취기준	평가 요소
1	문제해결, 추론, 의사소통	[10공수2-01-06] 평행이동을 탐구하고, 실생활과 연결하여 문제를 해결할 수 있다.	• 평행이동한 도형의 방정식 설명하기
2		[10공수2-01-02] 두 직선의 평행 조건과 수직 조건을 탐구하고 이해한다.	• 두 직선의 평행 조건과 수직 조건 설명하기
3		[10공수2-01-03] 점과 직선 사이의 거리를 구하고, 관련된 문제를 해결할 수 있다.	• 점과 직선 사이의 거리를 구하는 과정 서술하기
4		[10공수2-01-04] 원의 방정식을 구하고, 그래프를 그릴 수 있다.	• 원의 정의를 이용하여 원의 방정식 구하는 과정 서술하기

1~4

롤러코스터의 커브는 이용자의 몸에 부담을 주지 않기 위하여 원의 일부로 이루어진 클로소이드 곡선²⁾ 등을 포함한다. [그림1]과 같이 설계한 롤러코스터 커브에 이용된 직선과 원을 [그림2]의 좌표평면에 직선 l_1, l_2, l_3 와 원 C_1, C_2, C_3 로 나타내었다. [그림2]에 대하여 물음에 답하시오. [총 13점]



[그림1]



[그림2]

- 롤러코스터 커브 일부를 좌표평면의 원 $(x-30)^2 + (y-30)^2 = 900$ 을 이용하여 설계하였으나 ㉠ 부분에서 롤러코스터 회전을 원활히 하기 위해 원 $(x-42)^2 + (y-40)^2 = 900$ 으로 변경하였다. 이를 평행이동을 이용하여 설명하시오. [3점]
- 롤러코스터 커브를 구성하는 세 직선 $l_1: y = -\frac{4}{3}x$, $l_2: y = -\frac{4}{3}x + 400$, $l_3: y = \frac{3}{4}x - 150$ 에 대하여 서로 평행한 직선과 서로 수직인 직선을 찾고 그 이유를 기울기를 이용하여 서술하시오. [3점]
- 롤러코스터의 안정성을 위해 ㉠ 부분의 원 C_2 와 ㉡ 부분 사이의 거리를 고려해야 한다. 원 C_2 의 중심에서 ㉡ 부분의 직선 $l_2: y = -\frac{4}{3}x + 400$ 사이에 이르는 거리 d 를 구하고, 그 과정을 서술하시오. [3점]
- 좌표평면에서 두 원 C_1, C_2 는 반지름의 길이가 30 이고, 중심의 좌표는 각각 $(42, 40), (90, 40)$ 이다. 두 원 C_1, C_2 에 모두 내접하는 원 C_3 의 중심의 좌표가 $(66, 47)$ 일 때, 원 C_3 의 방정식을 구하고, 그 과정을 서술하시오. [4점]

2) 클로소이드 곡선은 곡률이 점진적으로 변하는 곡선으로, 도로, 철도, 놀이기구 트랙 등에서 활용된다. 직선에서 점점 휘어지는 형태로 차량이나 열차가 급격한 방향 전환 없이 부드럽게 이동할 수 있도록 돕는다. 이를 통해 안전성을 높이고 탑승자의 불편감을 줄이며, 구조물에 가해지는 충격을 완화하는 역할을 한다.



채점기준표

문항	평가 요소	채점 요소	척도/배점	수행 수준(채점기준)
1	평행이동한 도형의 방정식 설명하기	평행이동한 원의 방정식에서 x 축과 y 축의 방향으로의 평행이동한 값을 구하고 이유를 설명하기	3	x 축과 y 축의 방향으로의 평행이동한 값을 모두 구하고, 그 과정을 논리적으로 설명함.
			2	x 축과 y 축의 방향으로의 평행이동한 과정을 1개만 옳게 구함.
			1	두 원의 위치를 설명했으나 평행이동을 이용하지 못함.
2	두 직선의 평행 조건과 수직조건 이해하기	원점을 지나는 직선과 수직 또는 평행인 직선을 기울기를 이용하여 설명하기	3	직선 l_1 이 직선 l_3 과 수직인 것과 직선 l_1 이 직선 l_2 와 평행인 것을 기울기를 이용하여 모두 설명함.
			2	직선 l_1 이 직선 l_3 과 수직인 것과 직선 l_1 이 직선 l_2 와 평행인 것을 기울기를 이용하여 1개만 설명함.
			1	직선 l_1 이 직선 l_3 과 수직인 것과 직선 l_1 이 직선 l_2 와 평행인 것을 그래프를 관찰하여 그 이유를 설명하는 등 기울기를 이용하여 설명하지 못함.
3	점과 직선 사이의 거리를 구하기	원의 중심과 두 직선까지의 거리를 구하는 과정을 서술하기	3	원 C_2 의 중심으로부터 직선 l_2 까지의 거리를 옳게 구하고, 과정을 논리적으로 서술함.
			2	원 C_2 의 중심으로부터 직선 l_2 까지의 거리를 옳게 구하였으나, 과정 서술이 미흡함.
			1	원 C_2 의 중심으로부터 직선 l_2 까지의 거리를 구하지 못함.
4	원의 정의를 이용하여 원의 방정식 유도하기	두 원의 중심사이의 거리를 이용하여 내접하는 원의 반지름을 구한 후, 원의 방정식을 유도하는 과정을 서술하기	4	원 C_3 방정식을 옳게 구하고, 그 과정을 논리적으로 서술함.
			3	원 C_3 방정식을 옳게 구하였으나, 과정 서술이 미흡함.
				원 C_3 의 반지름 길이를 구하고 그 과정을 논리적으로 서술하였으나 원의 방정식을 구하지 못함.
			2	두 원 C_1 , C_3 의 중심사이의 거리만 구함.
			1	원 C_3 의 반지름 길이를 구하지 못하였으나 구하는 과정을 서술하고자 함.



채점 시 유의점

- 1번 문항에서 원의 중심의 평행이동과 도형의 평행이동을 구분하지 않고 설명한 경우에도 해당점수를 부여함.
- 2번 문항에서 세 직선 l_1 , l_2 , l_3 의 기울기를 이용하여 설명하였는지 확인함.
- 4번 문항에서 원 C_3 가 원 C_1 에 내접하는 성질을 서술하지 않고 반지름의 길이를 구하는 과정을 서술한 경우에도 해당점수를 부여함.



예시답안

문항	예시답안
1	두 원의 방정식은 $(x-30)^2 + (y-30)^2 = 900$, $(x-42)^2 + (y-40)^2 = 900$ 이고, 중심의 좌표가 각각 $(30, 30)$, $(42, 40)$ 이므로 x 축 방향으로 12만큼, y 축 방향으로 10만큼 평행이동 한 것이다.
2	직선 l_1 의 기울기는 $-\frac{4}{3}$, 직선 l_3 의 기울기는 $\frac{3}{4}$ 이며 $\left(-\frac{4}{3}\right) \times \left(\frac{3}{4}\right) = -1$ 이므로 직선 l_1, l_3 는 서로 수직이다. 직선 l_2 의 기울기는 $-\frac{4}{3}$ 이며 직선 l_1 의 기울기와 같으므로 직선 l_1, l_2 는 서로 평행이다.
3	원 C_2 의 중심 $(90, 40)$ 에서 직선 $l_2 : y = -\frac{4}{3}x + 400$ 까지의 거리 d 에 대하여 $l_2 : 4x + 3y - 1200 = 0$ 이므로 $d = \frac{ 360 + 120 - 1200 }{\sqrt{4^2 + 3^2}} = \frac{720}{5} = 144$ 이다.
4	두 원 C_1, C_3 의 중심 사이의 거리는 $\sqrt{(66-42)^2 + (47-40)^2} = \sqrt{625} = 25$ 이고 원 C_3 는 원 C_1 에 내접하므로 C_3 의 반지름의 길이는 $30 - 25 = 5$ 이다. 원 C_3 의 중심의 좌표는 $(66, 47)$, 반지름의 길이는 5이므로 원의 방정식은 $(x-66)^2 + (y-47)^2 = 25$ 이다.



피드백 시 유의점

- 학생의 성취수준에 따라 각 문항을 해결하기 위한 수학적 전략에 대한 피드백을 제공함.
- 문항에 제시된 원과 직선의 그래프에 대한 수학 개념 외에 여러 가지 수학 개념을 찾아보는 기회를 제공함.
- 학생들이 직접 롤러코스터 설계도를 만들고, 이에 대한 문항을 제작해보는 기회를 제공함.

함수를 이해하고 표현하기

1 평가 개요

학교급	고등학교	학년	1학년
과목명	공통수학2	영역	함수의 그래프
성취기준		성취기준별 성취수준	
[10공수2-03-01] 함수의 개념을 설명하고, 그 그래프를 이해한다.	A	함수의 개념을 설명하고, 그 그래프를 이해하며 두 집합 사이의 대응 관계에서 함수인 것을 찾고 그 이유를 설명할 수 있다.	
	B	함수의 개념과 그래프를 이해하며 두 집합 사이의 대응 관계에서 함수인 것을 찾을 수 있다.	
	C	함수의 개념을 이해하고, 두 집합 사이의 대응 관계에서 함수인 것을 찾을 수 있다.	
	D	함수의 개념을 알고, 간단한 두 집합 사이의 대응 관계에서 함수인 것을 찾을 수 있다.	
	E	안내된 절차에 따라 간단한 두 집합 사이의 대응 관계에서 함수인 것을 찾을 수 있다.	
최소 능력의 수행 특성	• 두 집합 사이의 대응 그림을 보고 함수인 것을 찾을 수 있다.		
평가 요소	• 함수의 개념 설명하기 • 여러 가지 함수의 특징 설명하기		
수행 과제	함수를 이해하고 표현하기		
평가 유형	수행평가 논술형	배점	18
논술형 평가 제작 의도 (출제 의도)	• 대응 관계의 그림을 보고 함수인지 판별한 후 스스로 함수를 만들 수 있는지 확인함. • 본 문항은 성취수준 A~E를 고려하여 출제한 것으로, 문항 1은 D, E 수준의 학생이 함수의 개념을 대응 관계로 이해했는지를 평가, 문항 2는 최소 성취수준의 학생이 함수의 대응 관계를 만들고, 정의역, 공역, 치역 개념이해를 확인하는 문항, 문항 3은 A, B 수준의 학생이 함수의 정의를 이용하여 함수가 되기 위한 조건을 찾는지 평가, 문항 4는 C 수준의 학생이 일대일대응, 항등함수, 상수함수, 일대일함수를 구체적인 예를 통해 구할 수 있는지를 평가함. 문항 5는 C 수준을 위한 문항으로 실생활에서 함수를 찾을 수 있는지 평가함. • 여러 가지 함수를 직접 나타내보는 활동을 통해 함수의 개념을 잘 이해하고 있는지 확인함. • 함수의 그래프의 특징을 잘 이해하고 있는지 확인함. • 대응으로 정의된 함수의 예를 찾아보는 활동을 통해 함수의 유용성을 인식하게 함. • 최소 능력의 판별을 위하여 여러 가지 함수를 구분할 수 없더라도 정의역, 공역, 치역을 구분할 수 있도록 출제함.		



평가요소별 수행 수준

평가 요소	수준	수행 수준
함수 개념 설명하기	A	함수의 개념을 설명하고, 그 그래프를 이해하며 두 집합 사이의 대응 관계에서 함수인 것을 찾고 그 이유를 설명할 수 있다.
	B	
	C	함수의 개념을 이해하고, 두 집합 사이의 대응 관계에서 함수인 것을 찾을 수 있다.
	D	
	E	주어진 안내에 따라 함수인 것을 찾을 수 있다.
여러 가지 함수의 특징 설명하기	A	여러 가지 함수의 개념을 옳게 이해하고 정의역, 공역, 치역을 찾고 그래프를 옳게 그릴 수 있다.
	B	
	C	여러 가지 함수의 개념을 이해하고 정의역, 공역, 치역을 찾을 수 있다.
	D	
	E	주어진 함수의 그래프를 보고 주어진 안내에 따라 정의역, 공역, 치역을 찾을 수 있다.

2

수업 계획 및 흐름도

	1차시	2차시	3차시	4차시
수업 흐름도	활동 수업을 통해 함수 개념 이해 또는 실생활과 연결한 문장들을 직접 만든 후, 함수인지 아닌지 판별하기	활동 수업을 통해 함수의 정의역 공역 치역 구하기	활동 수업을 통해 같은 함수 정의 이해하기	일대일함수와 일대일대응, 항등함수, 상수함수 이해하고 구분하기
평가 방법	구술 평가 토의·토론 평가	논술형 평가	구술 평가 토의·토론평가	논술형 평가 토의·토론평가
수업-평가 연계 주안점	중학교에서 배운 함수의 개념의 차이점을 알고 대응관계 만들어보고 설명하기	대응그림, 그래프를 보고 함수인지 판단하고 정의역, 공역, 치역 구하기	주어진 대응그림, 함수식을 보고 같은 함수 찾고 다른 이유 설명하기	여러 가지 함수를 식과 그래프로 나타내고 정의역, 공역, 치역 구하고 설명하기

3

평가 문항

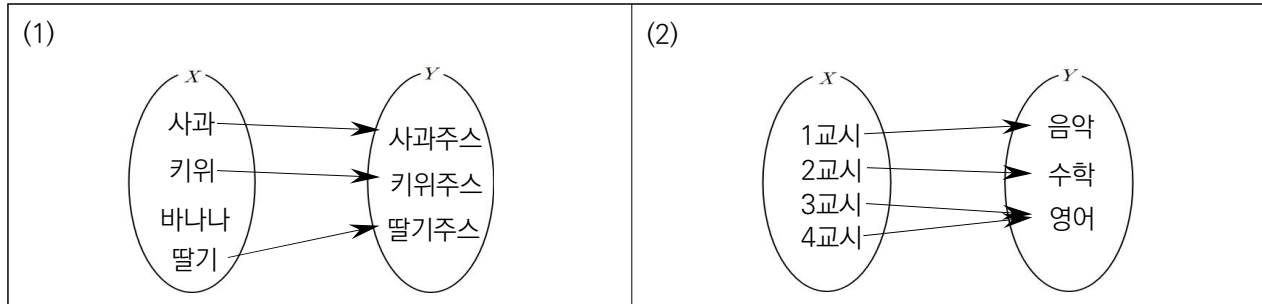


문항 정보

문항	교과 역량	성취기준	평가 요소
1	추론, 의사소통	[10공수2-03-01] 함수의 개념을 설명하고, 그 그래프를 이해한다.	• 함수 개념 설명하기
2			• 여러 가지 함수의 특징 설명하기
3			• 함수 개념 설명하기
4			• 여러 가지 함수의 특징 설명하기
5			• 함수 개념 설명하기

평가 문항

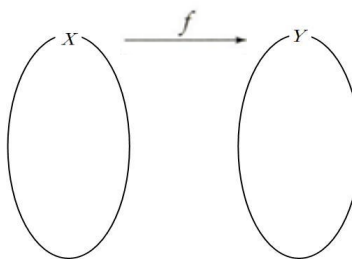
1 두 집합 X, Y 에 대하여 두 집합의 대응 관계 그림이 함수인지 아닌지를 판단하고, 그 이유를 설명하시오. [4점]



2 다음은 어느 학급 학생 5명에 대한 설문 조사 결과이다. 물음에 답하시오. [총 5점]

번호	1	2	3	4	5
평균 통학 시간	22분	40분	8분	34분	10분
좋아하는 음식	어묵	떡볶이	김밥	어묵	라면
동아리	댄스부	축구부	야구부	도서부	댄스부
통학 수단	도보	버스	도보	자전거	도보

2-1. 학생 5명의 번호와 설문 결과를 모두 이용하여 집합 X 에서 집합 Y 로의 함수가 되도록 두 집합 X, Y 를 나타내고 함수 $f: X \rightarrow Y$ 를 대응으로 나타내시오. [2점]



2-2. 2-1에서 만든 함수 f 의 정의역, 공역, 치역을 각각 구하시오. [3점]

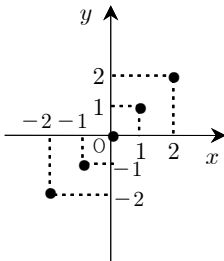
3 집합 $\{(1, 3), (3, 5), (a, 4), (4, 9)\}$ 가 함수의 그래프이기 위한 실수 a 의 조건을 구하고 함수의 정의를 이용하여 이유를 설명하시오. [2점]

4

함수 $f: X \rightarrow Y$ 가 항등함수, 일대일대응, 일대일함수, 상수함수가 되도록 <조건>에 맞게 표를 완성하십시오. [4점]

<조건>

- 함수는 각각 서로 다른 식으로 나타낼 것
- 함수의 그래프는 좌표평면 위에 나타낼 것

	(1) 항등함수	(2) 일대일대응	(3) 일대일함수	(4) 상수함수
정의역	①	④	⑧	$X = \{x \mid x \text{는 모든 실수}\}$
공역	②	$Y = \{0, 1, 2, 3, 4\}$	$Y = \{y \mid y \text{는 모든 실수}\}$	⑫
대응 관계	$y = x$	⑤	⑨	⑬
함수의 그래프		⑥	⑩	⑭
치역	③	⑦	⑪	⑮

5

어떤 사람 A가 일정한 속력으로 걸을 때, A의 이동 거리와 A가 이동할 때 걸린 시간 사이의 대응 관계에 대하여 두 집합 $X = \{x \mid x \text{는 A가 이동한 거리}\}$, $Y = \{y \mid y \text{는 실수}\}$ 를 각각 정의역과 공역으로 하는 함수로 나타낼 수 있다. 이와 같이 일상생활에서의 함수를 찾고 그 이유를 설명하십시오. [3점]



채점기준표

문항	평가 요소	채점 요소	척도/배점	수행 수준(채점기준)
1	함수 개념 설명하기	함수 개념 이해하기	4	(1), (2) 모두 함수인지 옳게 판단하고 이유를 모두 옳게 서술함.
			3	(1), (2) 중 1개에 대해 함수인지 옳게 판단하고 이유를 옳게 서술함.
				(1), (2) 모두 함수인지 옳게 판단하였지만 이유를 모두 옳게 서술하지 못함.
			2	(1), (2) 중 1개에 대해 함수인지 옳게 판단하였지만 이유를 옳게 서술하지 못함.
			1	(1), (2) 모두 함수를 옳게 판단하지 못하고 이유도 옳게 서술하지 못함.
2-1	함수 개념 설명하기	대응관계 그림으로 나타내기	2	주어진 조건을 활용하여 함수의 대응 관계를 그림으로 옳게 나타냄.
			1	주어진 조건을 활용하여 함수의 대응 관계로 나타내지 못함.
2-2	함수 개념 설명하기	함수의 정의역, 공역, 치역 구하기	3	정의역, 공역, 치역을 모두 옳게 구함.
			2	정의역, 공역, 치역 중 2개지만 옳게 구함.
			1	정의역, 공역, 치역 중 1개지만 옳게 구하거나 모두 구하지 못한 경우.
3	함수 개념 설명하기	함수 개념을 이해하기	2	a 의 조건과 이유를 모두 옳게 서술함.
			1	a 의 조건을 구하지 못하거나 그 이유를 옳게 서술하지 못함.
4	여러 가지 함수의 특징을 설명하기	여러 가지 함수를 이해하고 표현하기	4	항등함수, 일대일대응, 일대일함수, 상수함수를 모두 옳게 서술함.
			3	항등함수, 일대일대응, 일대일함수, 상수함수 중 3개지만 옳게 서술함.
			2	항등함수, 일대일대응, 일대일함수, 상수함수 중 2개지만 옳게 서술함.
			1	항등함수, 일대일대응, 일대일함수, 상수함수 중 1개지만 옳게 서술하거나 서술한 내용이 모두 옳지 않음.
5	실생활에서 함수 찾기	실생활에서 함수 찾기	3	실생활에서 함수를 찾고 그 이유를 논리적으로 설명함.
			2	실생활에서 함수를 찾았으나, 그 이유를 함수의 정의를 이용하여 설명하지 못함.
			1	실생활에서 함수를 찾지 못함.

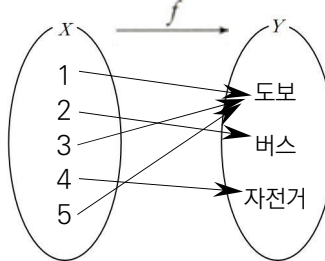
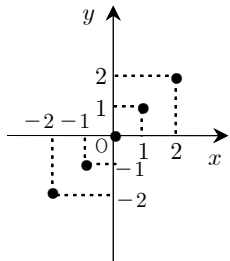
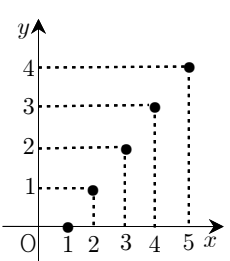
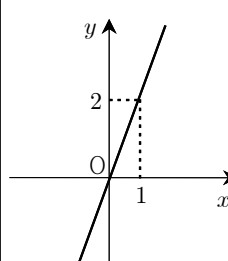
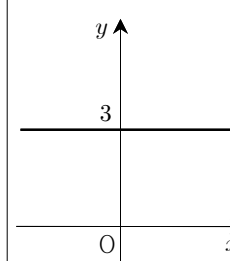
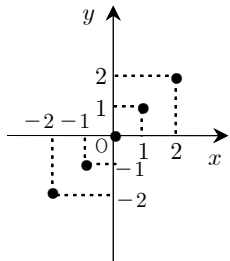
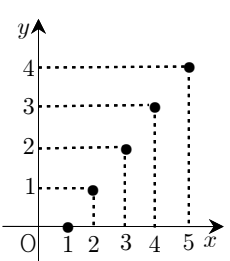
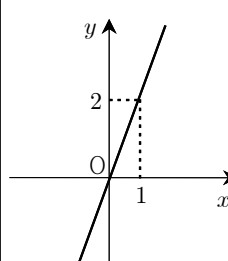
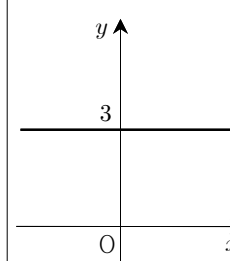
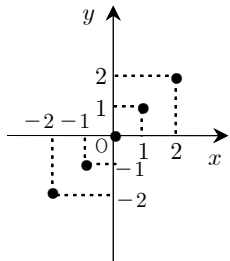
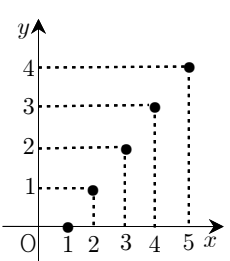
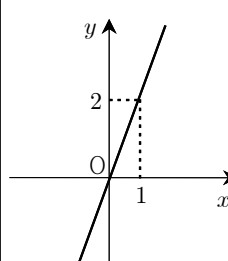
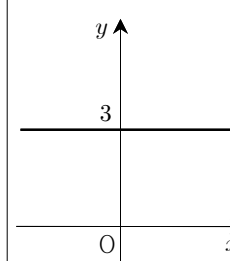


채점 시 유의점

- 함수의 개념을 서술할 때 수학적으로 논리적이면 정답으로 인정함.
- 여러 가지 함수를 구분할 때 다소 오류가 있으나 정의역, 공역, 치역을 옳게 표시한 경우 부분점수를 인정함.
- 함수의 그래프 그릴 때 다소 오류가 있더라도 정답으로 인정함.



예시답안

문항	예시답안																														
1	(1) 함수가 아니다. 집합 X 의 원소 ‘바나나’에 대응되는 집합 Y 의 원소가 없기 때문이다. (2) 함수이다. 집합 X 의 각 원소가 집합 Y 의 원소에 하나씩만 대응되기 때문이다.																														
2	(1)  (2) 정의역: $\{1, 2, 3, 4, 5\}$, 공역: $\{\text{도보}, \text{버스}, \text{자전거}\}$, 치역: $\{\text{도보}, \text{버스}, \text{자전거}\}$																														
3	a 의 값은 1, 3, 4가 아닌 모든 실수이다. 그 이유는 a 가 1 또는 3 또는 4가 되면 x 값 하나에 y 값이 2개 대응되므로 함수가 아니다.																														
4	<table><thead><tr><th></th><th>(1) 항등함수</th><th>(2) 일대일대응</th><th>(3) 일대일함수</th><th>(4) 상수함수</th></tr></thead><tbody><tr><td>정의역</td><td>① $X = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$</td><td>④ $X = \{1, 2, 3, 4, 5\}$</td><td>⑧ $X = \{x \mid x \text{는 모든 실수}\}$</td><td>$X = \{x \mid x \text{는 모든 실수}\}$</td></tr><tr><td>공역</td><td>② $Y = \{y \mid y \text{는 모든 실수}\}$</td><td>$Y = \{0, 1, 2, 3, 4\}$</td><td>$Y = \{y \mid y \text{는 모든 실수}\}$</td><td>⑫ $Y = \{3\}$</td></tr><tr><td>대응 관계</td><td>$y = x$</td><td>⑤ $y = x - 1$</td><td>⑨ $y = 2x$</td><td>⑬ $y = 3$</td></tr><tr><td>함수의 그래프</td><td></td><td>⑥ </td><td>⑩ </td><td>⑭ </td></tr><tr><td>치역</td><td>③ $\{-2, -1, 0, 1, 2\}$</td><td>⑦ $\{0, 1, 2, 3, 4\}$</td><td>⑪ $\{y \mid y \text{는 모든 실수}\}$</td><td>⑮ $\{3\}$</td></tr></tbody></table>		(1) 항등함수	(2) 일대일대응	(3) 일대일함수	(4) 상수함수	정의역	① $X = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$	④ $X = \{1, 2, 3, 4, 5\}$	⑧ $X = \{x \mid x \text{는 모든 실수}\}$	$X = \{x \mid x \text{는 모든 실수}\}$	공역	② $Y = \{y \mid y \text{는 모든 실수}\}$	$Y = \{0, 1, 2, 3, 4\}$	$Y = \{y \mid y \text{는 모든 실수}\}$	⑫ $Y = \{3\}$	대응 관계	$y = x$	⑤ $y = x - 1$	⑨ $y = 2x$	⑬ $y = 3$	함수의 그래프		⑥ 	⑩ 	⑭ 	치역	③ $\{-2, -1, 0, 1, 2\}$	⑦ $\{0, 1, 2, 3, 4\}$	⑪ $\{y \mid y \text{는 모든 실수}\}$	⑮ $\{3\}$
	(1) 항등함수	(2) 일대일대응	(3) 일대일함수	(4) 상수함수																											
정의역	① $X = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$	④ $X = \{1, 2, 3, 4, 5\}$	⑧ $X = \{x \mid x \text{는 모든 실수}\}$	$X = \{x \mid x \text{는 모든 실수}\}$																											
공역	② $Y = \{y \mid y \text{는 모든 실수}\}$	$Y = \{0, 1, 2, 3, 4\}$	$Y = \{y \mid y \text{는 모든 실수}\}$	⑫ $Y = \{3\}$																											
대응 관계	$y = x$	⑤ $y = x - 1$	⑨ $y = 2x$	⑬ $y = 3$																											
함수의 그래프		⑥ 	⑩ 	⑭ 																											
치역	③ $\{-2, -1, 0, 1, 2\}$	⑦ $\{0, 1, 2, 3, 4\}$	⑪ $\{y \mid y \text{는 모든 실수}\}$	⑮ $\{3\}$																											
5	어떤 가게에서 구입한 한 종류의 어떤 물건의 개수에 대응하는 지출 금액은 함수이다. $X = \{x \mid x \text{는 구입한 물건 개수}\}$, $Y = \{y \mid y \text{는 실수}\}$ 라고 하면 집합 X 의 각 원소가 집합 Y 의 원소에 하나씩만 대응되어 $f: X \rightarrow Y$ 는 함수이다. 예를 들어, 어떤 물건 한 개의 가격이 1,000원일 때, 구입한 개수와 지출 금액은 함수이다.																														



피드백 시 유의점

- 두 대상 사이 대응 관계를 나타내는 활동을 통해 함수가 되는 경우와 안되는 경우를 확인함.
- 여러 가지 함수를 식과 그래프로 나타내는 과제는 수업 시간에 충분히 연습 후 실시함.
- 평소 수업 시간에 학생을 관찰한 내용을 고려하여 피드백함.
- 주어진 정보를 분석하여 필요한 조건을 찾고 문제해결 과정을 논리적으로 설명하도록 피드백함.

1 평가 개요

학교급	고등학교	학년	2학년(3학년)
과목명	대수	영역	수열
성취기준		성취기준별 성취수준 ³⁾	
[12대수03-07] 수학적 귀납법의 원리를 이해하고, 이를 이용하여 명제를 증명할 수 있다.		A	수학적 귀납법과 관련된 여러 가지 문제를 해결하고, 그 과정을 설명할 수 있다.
		B	수학적 귀납법의 원리를 설명할 수 있고, 수학적 귀납법을 이용하여 명제를 증명할 수 있다.
		C	수학적 귀납법의 원리를 알고 이를 설명할 수 있다.
		D	수학적 귀납법을 이용하여 자연수 n 에 대한 명제를 증명하는 과정을 완성할 수 있다.
		E	수학적 귀납법 이용하여 자연수 n 에 대한 명제 증명을 안내된 절차에 따라 완성할 수 있다.
최소 능력의 수행 특성	수학적 귀납법을 안내된 절차에 따라 설명할 수 있다.		
평가 요소	- 수학적 귀납법의 원리 설명하기 - 수학적 귀납법을 이용하여 증명하고 논리적으로 설명하기		
수행 과제	수학적 귀납법으로 생활 속 원리 설명하기		
평가 유형	수행평가 논술형	배점	12
논술형 평가 제작 의도 (출제 의도)	- 본 문항은 성취수준 B~D를 고려하여 출제된 것으로, 문항 1은 D 수준의 학생들이 수학적 귀납법을 이용하여 명제를 증명하는 과정을 완성하도록 하였고 문항 2는 B 수준의 학생들이 수학적 귀납법의 원리를 이해하고, 논리적 구조를 설명하며 적용할 수 있도록 설계함. - 수학적 귀납법을 단순히 교과 지식으로 받아들이는 것을 넘어, 이를 실제 상황에 적용하고, 그 과정에서 논리적 흐름과 구조를 분석하며 문제를 해결하는 능력을 기르는 데 중점을 둠. - 특히, 최소 능력의 판별을 위하여 수학적 귀납법의 기본적인 논리적인 구조를 이해하여 표현할 수 있도록 함.		

3) 2022 개정 교육과정의 고등학교 <대수> 교과목 성취수준 개발 전으로 성취수준 진술 원칙에 입각해 자체적으로 작성한 것임.



평가요소별 수행 수준

평가 요소	수준	수행 수준
수학적 귀납법의 원리 설명하기	A	구체적인 예시를 이용하여 수학적 귀납법의 원리를 설명할 수 있다.
	B	
	C	수학적 귀납법의 원리를 설명할 수 있다.
	D	
	E	수학적 귀납법의 원리를 간단하게 설명할 수 있다.
수학적 귀납법을 이용하여 증명하고 논리적으로 설명하기	A	수학적 귀납법의 정의와 원리를 수학적 사례와 구체적인 사례를 제시하여 논리적으로 설명할 수 있다.
	B	
	C	수학적 귀납법의 정의와 원리를 수학적 사례 또는 구체적인 사례를 제시하여 설명할 수 있다.
	D	
	E	수학적 귀납법의 수학적 사례를 제시할 수 있다.

2

수업 계획 및 흐름도

	1차시	2차시	3차시	4차시	5차시
수업 흐름도	수학적 귀납법의 필요성과 논리적 구조 이해하기	수학적 귀납법의 사례 알아보기	주어진 조건을 고려하여 수학적 귀납법을 창안하고 설명하기	피드백의 중요성과 방법 이해 및 다른 학생의 작성 내용 피드백 하기	피드백을 바탕으로 주어진 조건을 고려하여 수학적 귀납법의 내용 고쳐쓰기
평가 방법	구술 평가	구술 평가	관찰 평가	면담 평가	논술형 평가
수업-평가 연계 주안점	수학적 귀납법의 정의와 구조에 대한 논리적으로 이해하기	수학적 귀납법을 이용하여 논리적으로 증명하기	수학적 귀납법을 활용한 논술형 문항 만들기	피드백을 통한 수학적 귀납법의 이해 증진 및 논리적 상호 평가 활동하기	논술형 평가 피드백 하기

3

평가 문항



문항 정보

문항	교과 역량	성취기준	평가 요소
1	추론, 연결	[12대수03-07] 수학적 귀납법의 원리를 이해하고, 이를 이용하여 명제를 증명할 수 있다.	• 수학적 귀납법의 원리 설명하기
2			• 수학적 귀납법을 이용하여 증명하고 논리적으로 설명하기

1

다음은 모든 자연수 n 에 대하여 등식

$$1 + 3 + 5 + \dots + (2n - 1) = n^2 \dots\dots \textcircled{가}$$

이 성립함을 수학적 귀납법을 이용하여 증명하는 과정이다. (가), (나), (다)에 알맞은 것을 구하시오. [3점]

① $n = 1$ 일 때, (좌변) = $\boxed{\text{가}}$, (우변) = $\boxed{\text{가}}$ 이므로 등식 ㉠이 성립한다.

② $n = k$ 일 때, 등식 ㉠이 성립한다고 가정하면

$$1 + 3 + 5 + \dots + (2k - 1) = k^2 \dots\dots \textcircled{나}$$

이므로 등식 ㉠의 좌변에 $\boxed{\text{나}}$ 을/를 더하면

$$1 + 3 + 5 + \dots + (2k - 1) + \boxed{\text{나}} = k^2 + \boxed{\text{나}}$$

$$= \boxed{\text{다}}$$

따라서 $n = k + 1$ 일 때에도 등식 ㉠이 성립한다.

그러므로 ①, ②에 의해 모든 자연수 n 에 대하여 등식 ㉠이 성립한다.

(가):

(나):

(다):

2

다음은 수학적 귀납법에 대한 수학 글쓰기 상황과 역할에 대한 설명이다. <조건>에 맞게 작성하시오. [9점]

당신은 수학적 사고와 논리적 사고에 깊은 관심이 있으며, 생활 속에서 수학의 아름다움을 발견하고 이를 대중에게 전달하는 청소년 작가로 활동 중입니다. 최근, 한 수학교육 단체로부터 고등학생을 위해 수학적 귀납법에 대한 글을 작성해 달라는 요청을 받았습니다.

당신은 일상에서 쉽게 접할 수 있는 사례를 통해 수학적 귀납법이 얼마나 간단하면서도 강력한 도구인지 보여주고자 합니다. 이를 위해, 작은 행동의 반복이 큰 변화를 일으키는 실생활 주제를 수학적 귀납법의 원리에 적용하여 이 글을 읽는 독자가 수학적 귀납법을 자연스럽게 이해할 수 있도록 <생활 속 수학적 귀납법>을 제목으로 내용을 구성할 계획입니다.

<조건>

- 관련 실생활 주제를 이용하여 수학적 귀납법의 원리를 설명할 것
- 수학적 귀납법을 이용하여 $1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}$ 을 증명하는 과정을 포함할 것
- 수학적 귀납법의 유용성에 대한 설명을 포함할 것

채점기준표

130 교과별 논술형 평가 문항 예시



채점 시 유의점

- 구체적인 사례를 제시하는 과정에서 논리적인 결함이 있더라도 수학적 귀납법의 형태를 준수하고 있는 경우 인정함.
- 글의 논리적 일관성과 독자를 고려한 구성이 이루어졌는지는 부분적으로 반영함.



예시답안

문항	예시답안
1	(가) : 1, (나) : $2k+1$, (다) : ㉠ 수학적 귀납법은 작은 시작이 점진적으로 확대되어 큰 변화를 만들어 내는 논리를 설명하는 강력한 도구입니다. 이는 단순한 수학적 증명을 넘어, 우리의 일상에서도 다양한 방식으로 활용될 수 있습니다. 예를 들어, 한 마을에서 환경운동가가 다회용 컵 사용을 권장한다고 가정해 봅시다. 처음에는 한 사람이 다회용 컵 사용을 시작합니다. 그는 자신의 행동이 환경에 긍정적인 영향을 미친다는 점을 증명하고, 이를 바탕으로 주변 사람들에게 동참을 권합니다. 이는 $n=1$일 때 명제가 참임을 증명하는 과정과 같습니다. 귀납 단계에서는 이 사람의 이야기를 들은 다른 사람이 행동에 동참합니다. $n=k$번째 사람이 다회용 컵을 사용하고 있다고 가정하면, $n=k+1$번째 사람도 동참하게 된다는 것을 증명합니다. 이 과정을 반복하면 결국 마을 전체로 변화가 확산됩니다. 이러한 구조는 수학적 귀납법의 논리와 동일합니다. 수학적 사례로, 모든 자연수 n에 대하여 다음 공식이 성립함을 수학적 귀납법 원리를 이용해 증명할 수 있습니다. $1+2+3+\dots+n=\frac{n(n+1)}{2}$
2	$n=1$일 때, $1=\frac{1\times(1+1)}{2}$이므로 공식을 만족합니다. $n=k$일 때, $1+2+3+\dots+k=\frac{k(k+1)}{2}$ 가 참이라 가정합니다. $n=k+1$일 때, $1+2+3+\dots+k+(k+1)=\frac{k(k+1)}{2}+(k+1)$ 이를 정리하면, $\frac{(k+1)(k+2)}{2}$ 가 되어, $n=k+1$에서도 식이 성립합니다. 따라서 모든 자연수 n에 대하여 $1+2+3+\dots+n=\frac{n(n+1)}{2}$이 성립함이 증명되었습니다. 수학적 귀납법은 이처럼 작은 출발점에서 시작해 논리를 확장하여 문제를 해결하는 방법입니다. 일상의 작은 행동에서 큰 변화를 이끌어 내는 과정과 연결되며, 우리의 행동이 더 나은 세상을 만들어갈 수 있음을 보여줍니다. 이는 논리적 사고뿐만 아니라 실천적인 삶의 태도를 형성하는 데도 큰 도움을 줍니다.



피드백 시 유의점

- 실생활 맥락과 학습 내용을 연결하여 수학의 유용성을 인식할 수 있도록 함.
- 주어진 상황을 분석하여 조건을 만족하는지 확인하고 수학적 논리를 고려하여 설명함.
- 해당 학생의 수준보다 높은 수준으로 응답한 결과를 확인하여 그와 함께 피드백함.

도함수를 활용하여 그래프 추측하기

1 평가 개요

학교급	고등학교	학년	2학년(3학년)
과목명	미적분 I	영역	미분
성취기준		성취기준별 성취수준 ⁴⁾	
[12미적 I 02-07] 함수의 증가와 감소, 극대와 극소를 판정하고 설명할 수 있다.		A	다양한 함수의 극댓값과 극솟값을 구하고, 구하는 과정을 설명할 수 있다.
		B	다항함수의 극댓값과 극솟값을 구하고, 구하는 과정을 설명할 수 있다.
		C	다항함수의 증가와 감소, 극대와 극소를 판정할 수 있다.
		D	다항함수의 그래프를 보고 증가와 감소, 극대와 극소를 말할 수 있다.
		E	간단한 함수의 그래프를 보고 증가와 감소, 극대와 극소를 말할 수 있다.
[12미적 I 02-08] 함수의 그래프의 개형을 그릴 수 있다.		A	다항함수의 증가, 감소를 조사하고 극대, 극소와 같은 함수의 주요 특성을 바탕으로 함수의 그래프 개형을 정확하게 그리고 이를 활용해 다양한 문제를 해결할 수 있다.
		B	다항함수의 증가, 감소를 조사하여 극대, 극소와 같은 함수의 주요 특성을 찾아내 함수의 그래프 개형을 정확하게 그릴 수 있다.
		C	다항함수의 증가, 감소를 조사하여 그래프의 개형을 그릴 수 있다.
		D	다항함수의 증가, 감소를 나타낸 표를 보고 그래프의 개형을 그릴 수 있다.
		E	다항함수의 증가, 감소를 나타낸 표를 보고 그래프 형태를 간단히 예측할 수 있다.
최소 능력의 수행 특성	- 함수의 그래프를 보고 직관적으로 증가와 감소, 극대와 극소를 알 수 있다. - 다항함수의 증가, 감소를 나타낸 표를 보고 그래프 형태를 부분적으로 예측할 수 있다.		
평가 요소	- 함수의 그래프 특징 설명하기 - 도함수를 활용하여 함수의 그래프 개형 그리기 - 미분계수의 기하적 의미를 활용하여 도함수의 그래프 추론하기		
수행 과제	도함수를 활용하여 그래프 추측하기		
평가 유형	수행평가 논술형	배점	24
논술형 평가 제작 의도 (출제 의도)	- 도함수의 모든 개념적 내용을 활용하여 함수의 그래프를 추론하는 능력을 평가하기 위한 문항으로 도함수 활용에 관한 성취기준의 도달 정도를 확인할 수 있는 문항으로 구성함. - 본 문항은 성취수준 A~E를 모두 고려하여 출제한 것으로, 문항 1-1, 1-2는 각각 함수의 그래프 특징을 설명하는 E, C 수준, 문항 1-3은 함수의 그래프 개형에 대한 D, B 수준, 문항 2는 성취수준 A의 도달 정도를 판단함. - 구체적인 계산 없이도 미분계수의 기하적 의미를 바탕으로 하여 도함수를 활용해 함수의 변화를 분석하고, 도함수를 이용하여 원함수 그래프를 추론하고, 원함수를 이용하여 도함수 그래프를 추론하는 평가 문항으로 구성함. 구간에서 변화를 파악하고 이를 그래프에 표현하며 그래프 변화(증가, 감소, 극대, 극소 등)를 동료평가로 비교하는 과정을 통해 도함수가 변화를 해석하는 도구로서 갖는 의미를 경험할 수 있도록 문항을 제작함.		

4) 2022 개정 교육과정의 고등학교 <미적분 I> 교과목 성취기준 개발 전으로 성취수준 진술 원칙에 입각해 자체적으로 작성한 것임.



평가요소별 수행 수준

평가 요소	수준	수행 수준
함수의 그래프 특징 설명하기	A	증가와 감소, 극대와 극소, 방정식의 실근의 개수에 대한 함수 성질의 기하적 의미를 이해하고 이를 함수의 그래프를 보고 판단하여 설명할 수 있다.
	B	
	C	증가와 감소, 극대와 극소, 방정식의 실근의 개수에 대한 함수 성질의 기하적 의미를 이해하고 이를 함수의 그래프를 보고 판단할 수 있다.
	D	
	E	함수의 그래프를 보고 증가와 감소, 극대와 극소의 성질을 말할 수 있다.
도함수를 활용하여 함수의 그래프 개형 그리기	A	도함수의 부호를 파악하여 함수의 증가, 감소를 표로 나타내고 이를 활용하여 함수의 그래프 개형을 그릴 때 세부적인 특징까지 정확하게 표현할 수 있다.
	B	도함수의 부호를 파악하여 함수의 증가, 감소를 표로 나타내고 이를 활용하여 함수의 그래프 개형을 그릴 수 있다.
	C	도함수의 부호를 파악하여 함수의 증가, 감소를 표로 나타내고 이를 활용하여 함수의 그래프 개형을 그렸으나 그래프 개형의 일부에 오류가 있다.
	D	도함수의 부호를 파악하여 함수의 증가, 감소를 표로 나타내고, 극대와 극소를 판별할 수 있다.
	E	도함수의 부호를 파악하여 함수의 증가, 감소를 말할 수 있다.
미분계수의 기하적 의미를 활용하여 도함수의 그래프 추론하기	A	미분계수의 기하적 의미와 도함수의 정의를 연결하여 이해하고 이를 바탕으로 도함수의 그래프를 정확하게 추론하고 설명할 수 있다.
	B	미분계수의 기하적 의미와 도함수의 정의를 연결하여 이해하고 이를 바탕으로 도함수의 그래프 추론 과정을 설명할 수 있다.
	C	미분계수의 기하적 의미와 도함수의 정의를 연결하여 이해하고 이를 바탕으로 도함수의 그래프를 추론하였으나 일부 오류가 있다.
	D	미분계수의 기하적 의미를 이해하고 이를 바탕으로 도함수 그래프를 추론하였으나 극히 일부만 추론이 올바르다.
	E	미분계수의 기하적 의미를 안다.

2

수업 계획 및 흐름도

	1-2차시	3차시	4차시	5차시
수업 흐름도	증가와 감소, 극대와 극소에 대한 정의를 바탕으로 기하적 특징 추론하기 증가와 감소, 극대와 극소를 미분과 연결하기	증가와 감소에 대한 표를 작성하고 이를 활용하여 함수의 그래프 개형 그리기	미분계수의 기하적 의미를 바탕으로 도함수의 정의와 연결하고, 도함수의 그래프 추측해보기	도함수를 활용하여 그래프 추측하기
평가 방법	토의·토론 평가	관찰 평가	토의·토론 평가	논술형 평가
수업-평가 연계 주안점	연속, 증가와 감소, 미분가능한 구간에 대한 그래프 표현하기	미분과 적분의 기하적 의미를 적용하여 직관적으로 그래프 추측하기		미분계수의 기하적 의미를 적용하여 도함수 그래프 추측하기

3 평가 문항

문항 정보

문항	교과 역량	성취기준	평가 요소
1-1 1-2	추론, 의사소통	[12미적 I 02-07] 함수의 증가와 감소, 극대와 극소를 판정하고 설명할 수 있다.	• 함수의 그래프 특징 설명하기
1-3 2-1		[12미적 I 02-08] 함수의 그래프의 개형을 그릴 수 있다.	• 도함수를 활용하여 함수의 그래프 개형 그리기
2-2			• 미분계수의 기하적 의미를 활용하여 도함수의 그래프 추론하기

평가 문항

1

그림은 닫힌구간 $[-3, 17]$ 에서 정의된 연속함수 $y = g(x)$ 에 대한 도함수 $y = g'(x)$ 의 그래프이다. 물음에 답하시오. [총 11점]

1-1. 방정식 $g'(x) = 0$ 의 서로 다른 실근을 모두 구하시오. [2점]

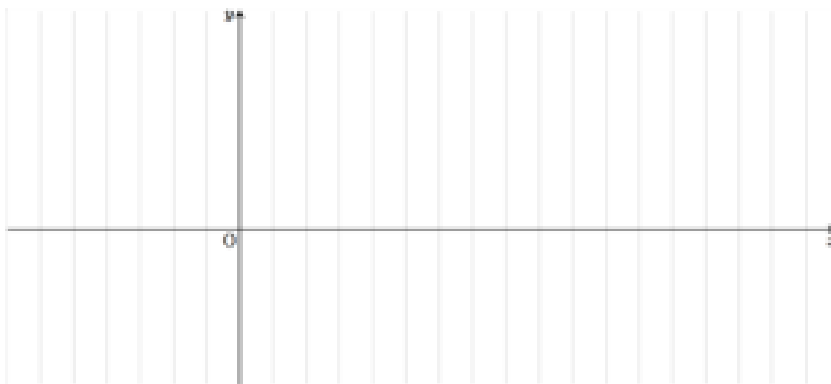
1-2. 닫힌구간 $[7, 13]$ 에서 $y = g'(x)$ 는 양의 상수함수이다. 함수 $g(x)$ 의 그래프의 특징을 설명하시오. [3점]

1-3. <조건>을 이용하여 함수 $y = g(x)$ 의 증가와 감소에 대한 다음 표를 완성하고, 이 그래프의 개형을 그리시오. [6점]

<조건>

- $g(-3) = 2, g(0) = 0, g(17) = 10$
- 표의 $\ominus, \oplus$ 은 알맞은 값을, $\ominus, \oplus$ 은 '극대' 또는 '극소'를, $\nearrow, \searrow$ 은 $\nearrow$ 또는 $\searrow$ 를 쓸 것

x	-3	...	-2	...	$\ominus$	...	$\oplus$	...	17
$g'(x)$		+	0	-	0	+	0	-	
$g(x)$	2	$\nearrow$	극대	$\searrow$	$\ominus$	$\ominus$	$\ominus$	$\ominus$	10

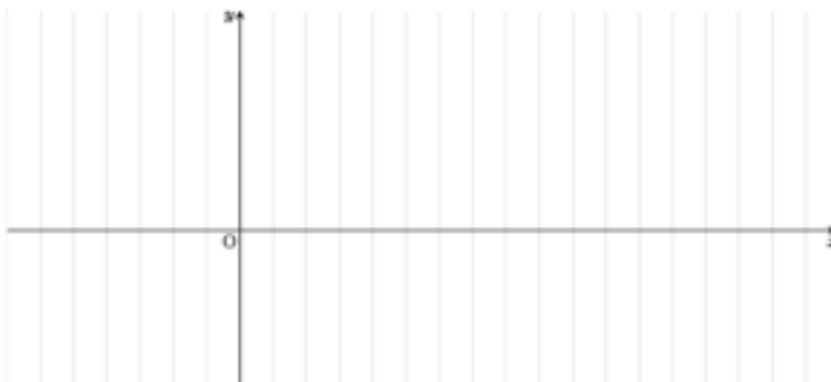


2

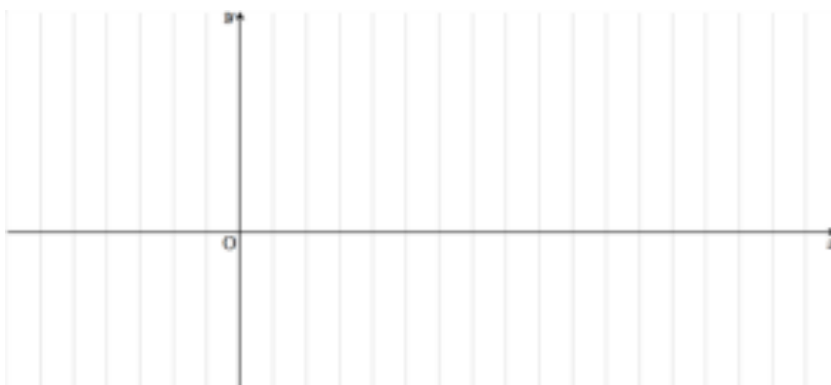
열린구간 $(-1, 14)$ 에서 정의된 함수 $y = h(x)$ 가 다음을 만족한다. 물음에 답하시오. [총 13점]

- $\lim_{x \rightarrow 2-} h(x) \neq \lim_{x \rightarrow 2+} h(x)$, $\lim_{x \rightarrow 5} h(x) = h(5)$
- $\lim_{x \rightarrow 3} h(x)$ 가 존재하고, $\lim_{x \rightarrow 3} h(x) \neq h(3)$ 이다.
- $5 < x \leq 7$ 인 모든 x 와 $x = 9$, $x = 12$ 에 대하여 $h'(x) = 0$ 이다.
- 함수 $h(x)$ 는 $x = 2$, $x = 3$, $x = 5$ 를 제외한 모든 x 에 대하여 미분가능하다.

2-1. 함수 $y = h(x)$ 의 그래프의 개형을 그리고, 그 이유를 설명하시오. [8점]



2-2. 함수 $y = h(x)$ 의 도함수 $y = h'(x)$ 의 개형을 그리고, 그 이유를 설명하시오. [5점]





채점기준표

문항	평가 요소	채점 요소	척도/배점	수행 수준(채점기준)
1-1	함수의 그래프 특징 설명하기	그래프에서 근 판별하기	2	방정식 $g'(x) = 0$ 의 실근을 모두 옳게 구함.
1			방정식 $g'(x) = 0$ 의 실근을 일부만 구하거나, 구하지 못함.	
1-2		함수의 증가와 감소 판별하기	3	도함수의 부호가 양수일 때 함수가 증가하고 도함수가 상수함수인 함수 그래프는 기울기가 같으므로 직선으로 나타남을 옳게 설명함.
			2	도함수의 부호가 양수일 때 함수가 증가하는 것을 설명하였으나 도함수가 상수함수인 특징을 설명하지 못함. 도함수가 상수함수인 특징을 설명하였으나 도함수의 부호가 양수일 때 함수가 증가하는 것을 설명하지 못함.
			1	도함수로 함수의 그래프의 특징을 설명하지 못함.
1-3	도함수를 활용하여 함수의 그래프 개형 그리기	그래프를 보고 함수의 증감표 표현하기	3	함수의 증가와 감소에 대한 표의 내용인 ㉠~㉢를 모두 맞춤.
			2	함수의 증가와 감소에 대한 표의 내용인 ㉠~㉢ 중 일부 오류가 있음.
			1	함수의 증가와 감소에 대한 표의 내용에 모두 오류가 있음.
		함수의 그래프 개형 그리기	3	함수 $y = g(x)$ 의 그래프의 증가와 감소가 표의 내용과 동일하며 주어진 조건을 모두 만족함.
			2	함수 $y = g(x)$ 의 그래프의 증가와 감소 중 한 구간이 오류가 있거나 조건 중 일부를 만족하지 않음.
			1	함수 $y = g(x)$ 의 그래프의 증가와 감소 중 두 구간 이상 오류가 있고, 조건 중 일부를 만족하지 않음.
2-1	도함수를 활용하여 함수의 그래프 개형 그리기	불연속을 그래프에 표현하기	2	$x = 2$ 에서 불연속, $x = 3$ 에서 불연속임을 명확하게 그래프로 그림.
			1	$x = 2, x = 3$ 에서 불연속임을 그래프로 그렸으나 주어진 조건과 맞지 않는 부분이 있음.
		미분불가능한 점을 그래프에 표현하기	2	$x = 5$ 에서 연속이고 미분가능하지 않은 그래프를 그림.
			1	$x = 5$ 에서 불연속으로 그림. $x = 5$ 에서 연속이지만 미분가능하게 그래프를 그림.
		극대와 극소 추론하기	4	$5 < x \leq 7$ 인 모든 x 와 $x = 9, x = 12$ 의 도함수의 값이 모두 0이 되도록 그래프를 그림.
			3	$5 < x \leq 7$ 인 모든 x 와 $x = 9, x = 12$ 중 도함수의 값이 0이 아닌 곳이 한 군데 있음.
			2	$5 < x \leq 7$ 인 모든 x 와 $x = 9, x = 12$ 중 도함수의 값이 0이 아닌 곳이 두 군데 있음.
			1	$5 < x \leq 7$ 인 모든 x 와 $x = 9, x = 12$ 중 도함수의 값이 모두 0이 아님.
2-2	미분계수의 기하적 의미를 활용하여 도함수의 그래프 추론하기	미분계수의 기하적 의미 활용하기	5	함수 $y = h(x)$ 의 접선의 기울기를 추측하여 도함수의 함숫값과 연결지어 $y = h'(x)$ 의 그래프를 표현함에 있어 논리적 오류가 없음.
			4	함수 $y = h(x)$ 의 접선의 기울기를 추측하여 도함수의 함숫값과 연결지어 $y = h'(x)$ 의 그래프를 표현하는데 있어 1~2개 구간에 논리적 오류가 있음.
			3	함수 $y = h(x)$ 의 접선의 기울기를 추측하여 도함수의 함숫값과 연결지어 $y = h'(x)$ 의 그래프를 표현하는데 있어 3개 이상의 구간에 논리적으로 오류가 없음.
			2	함수 $y = h(x)$ 의 접선의 기울기를 추측하여 도함수의 함숫값과 연결지어 $y = h'(x)$ 의 그래프를 표현하는데 있어 1개 구간만 논리적으로 오류가 없음.



채점 시 유의점

- 채점의 정확도를 높이기 위해 배점을 세분화하였으나 학교 상황에 맞춰 배점을 조정하거나 그 결과를 비율로 환산하여 사용할 수 있음.
- 연속이 아닌 점에서의 극값 판정, 미분불가능한 점의 도함수 그래프 표현, 상수함수인 구간과 직선으로 표현된 구간의 도함수 표현이 정확한지 확인함.



예시답안

문항	예시답안																														
1-1	$x = -2$ 또는 $x = 6$ 또는 $x = 15$																														
1-2	$g'(x)$ 는 구간 $[7, 13]$ 에서 양의 상수이므로 $g(x)$ 의 그래프는 이 구간에서 증가하는 직선으로 나타난다.																														
1-3	<table border="1"><tr><td>x</td><td>-3</td><td>...</td><td>-2</td><td>...</td><td>6</td><td>...</td><td>15</td><td>...</td><td>17</td></tr><tr><td>$g'(x)$</td><td></td><td>+</td><td>0</td><td>-</td><td>0</td><td>+</td><td>0</td><td>-</td><td></td></tr><tr><td>$g(x)$</td><td>2</td><td>↗</td><td>극대</td><td>↘</td><td>극소</td><td>↗</td><td>극대</td><td>↘</td><td>10</td></tr></table>	x	-3	...	-2	...	6	...	15	...	17	$g'(x)$		+	0	-	0	+	0	-		$g(x)$	2	↗	극대	↘	극소	↗	극대	↘	10
x	-3	...	-2	...	6	...	15	...	17																						
$g'(x)$		+	0	-	0	+	0	-																							
$g(x)$	2	↗	극대	↘	극소	↗	극대	↘	10																						
2-1	조건(가)에 의해 함수 $y = h(x)$는 $x = 2$에서의 좌극한값과 우극한값이 다르고, 조건(나)에 의해 함수 $y = h(x)$는 $x = 3$에서 극한값은 존재하지만 연속이 아니다. 조건(가)와 (라)에 의해 함수 $y = h(x)$는 $x = 5$에서 연속이지만 미분 가능하지 않다. 또한 조건(다)와 (라)에 의해 함수 $y = h(x)$는 구간 $(5, 7]$에서 상수함수이며 $x = 9$, $x = 5$에서 극값을 가져야 한다.																														
2-2	2-1의 함수 $y = h(x)$의 그래프에 따라, 함수 $y = h(x)$는 $x = 2$, $x = 3$, $x = 5$에서 미분이 불가능하므로 $h'(2)$, $h'(3)$, $h'(5)$의 값은 존재하지 않는다. 열린 구간 $(-1, 2)$에서 함수 $y = h(x)$는 일정한 기울기를 가지고 감소하고 있으므로 $y = h'(x)$는 같은 구간에서 음수인 함수값을 갖는 상수함수의 형태로 표현되어야 한다. 각 점에서의 접선의 기울기를 추측하여 그 변화에 대한 함수 $y = h'(x)$의 그래프는 아래와 같다.																														



피드백 시 유의점

- 해당 학생의 수준을 확인하고 구체적인 예시를 들어주거나 정의를 상기하게 하는 등 적절한 비유를 사용하여 지도함.
- 수업 시간에 해당 내용을 충분히 다루어 학생들이 식이 없는 그래프를 그리고 추측하는 것에 익숙해질 수 있게 함.

1 평가 개요

학교급	고등학교	학년	2학년(3학년)
과목명	미적분 II	영역	미분법
성취기준		성취기준별 성취수준 ⁵⁾	
[12미적 II -02-05] 합성함수를 미분할 수 있다.		A	여러 가지 합성함수의 미분을 설명할 수 있으며 이를 활용하여 다양한 문제를 해결할 수 있다.
		B	여러 가지 합성함수의 미분을 이해하고, 이를 활용하여 문제를 해결할 수 있다.
		C	$\{f(x)\}^n$ 의 미분을 할 수 있고, 이를 활용하여 문제를 해결할 수 있다.
		D	$\{f(x)\}^n$ 의 미분 개념을 활용하여 간단한 문제를 해결할 수 있다.
		E	함수 $y = x^n$ (n 은 실수)을 미분할 수 있다.
[12미적 II -02-09] 함수의 개형을 그릴 수 있다.		A	지수함수, 로그함수, 삼각함수 등이 포함된 식을 토대로 함수의 개형을 그리고 그 특징을 설명할 수 있으며, 이를 활용하여 다양한 문제를 해결할 수 있다.
		B	함수의 개형을 정확하게 그리고, 이를 토대로 특징을 설명하여 문제를 해결할 수 있다.
		C	함수의 개형을 그리는 방법을 알고 그래프를 그릴 수 있다.
		D	함수의 개형을 그리는 방법을 이해한다.
		E	함수의 개형을 그리기 위해 주어진 식의 이계도함수를 구할 수 있다.
최소 능력의 수행 특성	- 합성함수 미분의 개념에 대해 이해하고자 노력한다. - 다항함수의 도함수 구하는 방법을 참고하여 다항함수의 이계도함수를 구할 수 있다. - 미분법 개념이 실생활에 적용된 현상에 관심을 가진다.		
평가 요소	- 합성함수 미분 개념을 이용하여 상황 속에서 적용하기 - 이계도함수를 사용하여 올바른 판단하기		
수행 과제	미분법을 사용하여 실생활 문제해결 하기		
평가 유형	수행평가 논술형	배점	25
논술형 평가 제작 의도 (출제 의도)	- 본 문항은 학습의 과정에서 탐구한 합성함수의 미분과 이계도함수 개념이 적용된 실생활 장면에서 문제를 해결하며 개념에 대한 깊은 이해를 확인하고 수학의 유용성과 실용성을 인식하도록 설계됨. - 성취수준 A~E를 고려하여 출제한 것으로, 각 수준의 학생들이 실생활에서 문제를 미분법 개념을 사용하여 해결하고 결론을 내리는 과정을 판단하는 문항임. 문항 1-1 ~ 1-3은 A~D 수준의 학생들이 수학적 모델링으로 개념을 일반화하도록 설계하였으며, 1-4는 합성함수 개념을 사용하여 수학적 결론을 도출하고자 출제함. 또한 문항 2는 다항함수, 지수함수, 합성함수를 제시하여 A ~ E 수준의 성취수준에 따라 학생의 풀이에 대한 차별성이 드러나도록 제작함. - 문항 1은 실생활과 관련된 문제상황 속에서 합성함수 개념을 사용하고 또한 $\frac{dy}{dt} \times \frac{dt}{dx}$와 $\frac{dy}{dx}$를 각각 구해 값을 비교하여 합성함수의 미분법을 이해함을 확인하고자 함. - 문항 2는 성취수준인 '함수의 개형을 그릴 수 있다.'를 단계적으로 제시하여 어느 수준에 도달했는지 측정할 뿐만 아니라 학생이 논술형 평가 문항에 대한 답을 작성하며 점진적으로 수학적 개념을 사용하고 상황에 맞게 자신의 언어로 설명하게 함.		

5) 2022 개정 교육과정의 고등학교 <미적분II> 교과목 성취수준 개발 전으로, 성취수준 진술 원칙에 입각해 자체적으로 작성한 것임.



평가요소별 수행 수준

평가 요소	수준	수행 수준
합성함수 미분 개념을 이용하여 상황 속에서 적용하기	A	여러 가지 합성함수의 미분을 사용해 정확하게 문제를 해결하고 이를 활용하여 상황 속에서 명확하게 적용할 수 있다.
	B	여러 가지 합성함수의 미분을 사용해 정확하게 문제를 해결하고 이를 활용하여 상황 속에서 적용할 수 있다.
	C	합성함수의 미분을 사용해 문제를 해결하고 이를 활용하여 상황 속에서 적용할 수 있다.
	D	합성함수의 미분을 사용해 문제를 해결하고자 노력하며 이를 상황 속에서 적용하고자 한다.
	E	여러 가지 합성함수의 미분을 사용해 문제를 해결하고자 노력한다.
이계도함수를 사용하여 올바른 판단하기	A	다항함수, 지수함수, 합성함수의 이계도함수를 논리적으로 구하고 이를 토대로 문제를 해결하여 문제상황에서 올바른 판단을 할 수 있다.
	B	다항함수, 지수함수, 합성함수의 이계도함수를 논리적으로 구하고 이를 토대로 문제를 해결하여 문제상황에서 판단을 할 수 있다.
	C	다항함수, 지수함수, 합성함수 중 일부의 이계도함수를 구하고 이를 사용하여 문제상황에 사용할 수 있다.
	D	다항함수, 지수함수, 합성함수 중 일부의 이계도함수를 구하고 이를 사용하여 문제상황에 사용하고자 한다.
	E	다항함수, 지수함수, 합성함수 중 일부의 이계도함수를 구하고자 노력한다.

2

수업 계획 및 흐름도

	1차시	2차시	3차시	4차시	5차시
수업 흐름도	합성함수의 미분법을 이용하여 다양한 꼴의 함수의 도함수를 문제를 통해 해결하기	합성함수의 미분법이 사용된 다양한 상황에서의 문제를 접하고 해결하기	함수의 도함수를 다시 미분하며 이계도함수의 개념을 이해하고 다양한 문제를 해결하기	다양한 상황에서 이계도함수 개념이 사용됨을 알고 수학의 유용성 인식하기	실생활 장면에서 합성함수 미분과 이계도함수 개념을 사용하여 문제를 해결하며 실용성 인식하기
평가 방법	.	포트폴리오 평가	.	포트폴리오 평가	논술형 평가
수업-평가 연계 주안점	$\frac{dt}{dx} \times \frac{dy}{dt}$ 와 $\frac{dy}{dx}$ 의 값을 각각 구하여 비교해보며 합성함수의 미분법을 이해하기	다양한 상황에서 식을 세워 합성함수 개념을 적용하는 문제를 풀어보며 유용성 인식하기	다항함수, 삼각함수, 지수함수, 여러 가지 함수 등 다양한 함수의 이계도함수를 구하는 연습하기	다양한 상황 속에서 식 세워 문제를 해결하며 문제해결력 기르고 논술형 문항 안내하기	미분법을 사용하여 주어진 문제해결하기

3 평가 문항

문항 정보

문항	교과 역량	성취기준	평가 요소
1	문제해결, 추론, 연결	[12미적Ⅱ-02-05] 합성함수를 미분할 수 있다.	• 합성함수 미분 개념을 이용하여 상황 속에서 적용하기
2	문제해결, 연결	[12미적Ⅱ-02-09] 함수의 개형을 그릴 수 있다.	• 이계도함수를 사용하여 올바른 판단하기

평가 문항

1
다음은 산에서의 해발고도에 따른 기온과 기온에 따른 소리의 속도에 대한 자료이다.

2024년 5월 휴일인 15일 전국 대부분 지역에 돌풍, 천둥, 번개를 동반한 요란한 비가 내릴 전망이다. 일부 지역에는 눈이 내리고 싸락우박이 떨어질 것으로 보인다. 기상청은 이날 오전 서울, 경기 등 대부분 지역에 비가 올 것이라고 내다봤지만 ㉠강원도 산지와 남부 지역의 해발고도가 높은 산지에서는 기온이 낮아지며 비가 눈으로 바뀌어 내릴 수도 있다고 보도했다.

[출처: 한겨레 신문 ‘전국에 천둥·번개·강풍, 요란한 비…높은 산엔 눈까지’ (2024.05.15.) 기사 일부]

㉠의 현상은 해발고도가 높아질수록 기온이 낮아지기 때문에 일어난다. 또한 소리의 속도는 기온의 영향을 받는다. 2024년 5월 15일 12시경 A 산에서 측정한 결과 ㉡해발고도가 100m 높아질 때마다 기온은 약 0.6℃ 씩 일정하게 낮아지는 것으로 관찰되었고, ㉢기온이 1℃ 낮아지면 소리의 속도는 약 0.6 m/s 씩 느려짐을 발견했다. 해발고도가 600 m 인 지점에서 측정한 기온은 20℃ 이고, 소리의 속도는 340 m/s 였다.

같은 시점 A 산의 해발고도가 $(600 + x)$ m 인 지점에서의 기온이 t ℃ 일 때 소리의 속도는 y m/s 이고, 고도에 따른 기온의 변화와 기온에 따른 속도의 변화가 연속적으로 이루어진다고 한다. 물음에 답하시오. (단, 해발고도와 기온 이외의 요인은 고려하지 않는다.) [총 13점]

1-1. ㉡과 ㉢의 변화 관계를 고려하여 y 를 t 에 대한 식, t 를 x 에 대한 식으로 나타내고 $\frac{dy}{dt}$ 와 $\frac{dt}{dx}$ 를 각각 구하시오. [5점]

1-2. y 를 x 에 대한 식으로 나타내고, $\frac{dy}{dx}$ 를 구하시오. [3점]

1-3. 1-1에서 구한 $\frac{dy}{dt}$, $\frac{dt}{dx}$ 와 1-2에서 구한 $\frac{dy}{dx}$ 를 비교하여 $\frac{dy}{dt}$, $\frac{dt}{dx}$ 와 $\frac{dy}{dx}$ 의 관계를 쓰시오. [2점]

1-4. 2024년 5월 15일 12시경 A 산에서의 해발고도와 소리의 속도 사이의 관계를 $\frac{dy}{dx}$ 를 이용하여 해석하시오. [3점]

2

다음은 곡선의 휘어진 정도를 나타내는 식에 대한 설명이다.

곡선의 휘어진 정도는 곡선이 해당 점에서 얼마나 급격하게 방향을 바꾸는지를 나타낸다. 곡선 $y = f(x)$ 위의 점 $(a, f(a))$ 에서의 휘어진 정도를 계산할 때 $x = a$ 에서 휘어진 정도를 $g(a)$ 라 하면 다음 관계식이 성립한다.

$$g(a) = \frac{|f''(a)|}{[1 + \{f'(a)\}^2]^{\frac{3}{2}}}$$

이는 휘어진 모니터와 콘택트렌즈와 같이 실제 제품 설계나 공학적인 구조물에서 휘어진 디자인을 최적화하는 데 중요한 역할을 한다.

A 회사는 휘어진 정도가 2인 물체에 국소적으로 씌울 수 있는 한 렌즈를 선택하고자 한다. 물체의 휘어진 정도의 값과 씌울 수 있는 렌즈의 휘어진 정도의 값이 가장 가까운 렌즈를 선택할 때, 다음 세 종류 렌즈 각각의 주어진 점을 기준으로 A 회사가 선택할 것으로 예상되는 렌즈를 쓰고 그 이유를 서술하시오. [12점]

렌즈1: 곡선 $f_1(x) = 2x^2 - 3x$ 위의 점 $(1, f_1(1))$

렌즈2: 곡선 $f_2(x) = \ln 5x$ 위의 점 $(2, f_2(2))$

렌즈3: 곡선 $f_3(x) = \cos^2 x$ 위의 점 $\left(\frac{\pi}{3}, f_3\left(\frac{\pi}{3}\right)\right)$



채점기준표

문항	평가 요소	채점 요소	척도/배점	수행 수준(채점기준)
1-1	합성함수 미분 개념을 이용하여 상황 속에서 적용하기	함수로 표현하고 $\frac{dy}{dt}, \frac{dt}{dx}$ 구하기	5	y 를 t 에 대한 식, t 를 x 에 대한 식으로 옳게 표현하고 $\frac{dy}{dt}$ 와 $\frac{dt}{dx}$ 를 구하는 과정과 결과가 옳음.
			4	y 를 t 에 대한 식, t 를 x 에 대한 식으로 옳게 표현하였으나 $\frac{dy}{dt}$ 와 $\frac{dt}{dx}$ 를 구하는 과정과 결과에 부분적인 오류가 있음.
			3	y 를 t 에 대한 식, t 를 x 에 대한 식으로 옳게 표현하였으나 $\frac{dy}{dt}$ 와 $\frac{dt}{dx}$ 를 구하는 과정과 결과가 모두 오류가 있음.
			2	y 를 t 에 대한 식, t 를 x 에 대한 식으로 표현하는 과정과 $\frac{dy}{dt}$ 와 $\frac{dt}{dx}$ 를 구하는 과정과 결과에 모두 부분적인 오류가 있음.
			1	y 를 t 에 대한 식, t 를 x 에 대한 식으로 표현하는 과정과 $\frac{dy}{dt}$ 와 $\frac{dt}{dx}$ 를 구하는 과정과 결과 모두 오류가 있거나 서술하지 못함.
1-2		함수로 표현하고 $\frac{dy}{dx}$ 구하기	3	y 를 x 에 대한 식으로 표현하고 $\frac{dy}{dx}$ 를 옳게 구함.
			2	y 를 x 에 대한 식으로 표현하였으나 $\frac{dy}{dx}$ 를 구하지 못함.
			1	y 를 x 에 대한 식으로 표현하지 못함.
1-3		식의 값으로 관계 도출하기	2	$\frac{dy}{dt} \times \frac{dt}{dx}$ 의 값과 $\frac{dy}{dx}$ 값 비교로 $\frac{dy}{dt}, \frac{dt}{dx}$ 와 $\frac{dy}{dx}$ 사이 관계를 나타냄.
			1	$\frac{dy}{dt}, \frac{dt}{dx}$ 와 $\frac{dy}{dx}$ 의 사이 관계를 나타내지 못함.
1-4		해발고도와 소리의 속도 사이의 관계를 비율로 정확하게 추론하기	3	해발고도와 소리의 속도 사이의 관계를 수학적 근거를 사용하여 옳게 설명함.
			2	해발고도와 소리의 속도 사이의 관계를 서술하였으나 수학적 근거가 없음.
2	이계도함수를 사용하여 올바른 판단하기	다항함수의 이계도함수로 휘어진 정도 구하기	3	다항함수의 이계도함수를 옳게 구했고 주어진 곡선의 휘어진 정도를 올바른 수학적 과정과 함께 답을 도출함.
			2	다항함수의 이계도함수를 옳게 구했지만 계산 과정에서 오류가 생겨 주어진 곡선의 휘어진 정도를 옳게 구하지 못함.
			1	다항함수의 이계도함수를 구하지 못함.
		지수함수의 이계도함수로 휘어진 정도 구하기	3	지수함수의 이계도함수를 옳게 구했고 주어진 곡선의 휘어진 정도를 올바른 수학적 과정과 함께 답을 도출함.
			2	지수함수의 이계도함수를 옳게 구했지만 계산 과정에서 오류가 생겨 주어진 곡선의 휘어진 정도를 옳게 구하지 못함.
			1	지수함수의 이계도함수를 구하지 못함.
		합성함수의 이계도함수로 휘어진 정도 구하기	3	합성함수의 이계도함수를 옳게 구했고 주어진 곡선의 휘어진 정도를 올바른 수학적 과정과 함께 답을 도출함.
			2	합성함수의 이계도함수를 옳게 구했지만 계산 과정에서 오류가 생겨 주어진 곡선의 휘어진 정도를 옳게 구하지 못함.
			1	합성함수의 이계도함수를 구하지 못함.
		문제의 조건으로부터 수학적 근거로 결론 도출하기	3	가장 적합한 렌즈를 찾고 그 근거를 옳게 제시함.
			2	가장 적합한 렌즈를 찾았지만, 근거가 부족하거나 오류가 있음.
			1	적합한 렌즈를 찾지 못함.



채점 시 유의점

- 문제 풀이 과정에서 다양하게 접근해도 결론 도출까지 기호를 정확하게 사용하여 오류가 없으면 옳은 것으로 판단함.
- 중간에 계산 실수가 있더라도 논리가 맞았다면 부분 점수를 부여함.
- 기호 사용이 정확한지 확인하여 채점함.



예시답안

문항	예시답안
1-1	$y = 340 - 0.6(20 - t) = 328 + 0.6t$ 이므로 $y = 328 + 0.6t$, $\frac{dy}{dt} = 0.6$ $t = 20 - 0.006x$ 이므로 $t = 20 - 0.006x$, $\frac{dt}{dx} = -0.006$
1-2	$t = 20 - 0.006x$ 이므로 $y = 328 + 0.6t = 328 + 0.6(20 - 0.006x) = 340 - 0.0036x$ 따라서, $\frac{dy}{dx} = -0.0036$ 이다.
1-3	$\frac{dy}{dx} = -0.0036$, $\frac{dy}{dt} \times \frac{dt}{dx} = -0.0036$ 이다. 따라서 $\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{dt} \times \frac{dt}{dx}$ 이다.
1-4	$\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{dt} \times \frac{dt}{dx} = -0.0036$ 이므로 해발고도가 100m 높아질수록 소리의 속도는 0.36m/s 느려진다.
2	(i) 곡선 $f_1(x) = 2x^2 - 3x$에서 휘어진 정도를 나타낸 식을 $g_1(x)$라 하면 $x = 1$에서의 휘어진 정도는 $g_1(1) = \frac{ f_1''(1) }{\left[1 + \{f_1'(1)\}^2\right]^{\frac{3}{2}}} \text{ 이다. } f_1'(x) = 4x - 3 \text{ 이므로 } f_1'(1) = 1, f_1''(1) = 4 \text{ 이다.}$ 주어진 값을 식에 대입하면 $g_1(1) = \sqrt{2}$ 이다. (ii) 곡선 $f_2(x) = \ln 5x$에서 휘어진 정도를 나타낸 식을 $g_2(x)$라 하면 $x = 2$에서의 휘어진 정도는 $g_2(2) = \frac{ f_2''(2) }{\left[1 + \{f_2'(2)\}^2\right]^{\frac{3}{2}}} \text{ 이다.}$ $f_2'(x) = \frac{1}{x}, f_2''(x) = -\frac{1}{x^2} \text{ 이므로 } f_2'(2) = \frac{1}{2}, f_2''(2) = -\frac{1}{4} \text{ 이 되어 } g_2(2) = \frac{2\sqrt{5}}{25} \text{ 이다.}$ (iii) 곡선 $f_3(x) = \cos^2 x$에서 휘어진 정도를 나타낸 식을 $g_3(x)$라 하면 $x = \frac{\pi}{3}$에서의 휘어진 $\text{정도는 } g_3\left(\frac{\pi}{3}\right) = \frac{\left f_3''\left(\frac{\pi}{3}\right)\right }{\left[1 + \left\{f_3'\left(\frac{\pi}{3}\right)\right\}^2\right]^{\frac{3}{2}}} \text{ 이다.}$ $f_3'(x) = -2\cos x \sin x, f_3''(x) = 2(\sin^2 x - \cos^2 x) \text{ 이므로 } f_3'\left(\frac{\pi}{3}\right) = -\frac{\sqrt{3}}{2}, f_3''\left(\frac{\pi}{3}\right) = 1 \text{ 이}$ 되어 $g_3\left(\frac{\pi}{3}\right) = \frac{8\sqrt{7}}{49}$ 이다. 그러므로 (i), (ii), (iii)에 의하여 $g_1(1) = \sqrt{2}, g_2(2) = \frac{2\sqrt{5}}{25}, g_3\left(\frac{\pi}{3}\right) = \frac{8\sqrt{7}}{49}$ $g_2(2) < g_1(1) < 2, g_3\left(\frac{\pi}{3}\right) < g_1(1) < 2 \text{ 이므로 휘어진 정도 2에 가까운 렌즈는 렌즈1이다.}$



피드백 시 유의점

- 자료에서 문제에 필요한 요소를 맞게 파악했는지 확인함.
- 새로운 상황에서 주어진 조건을 분석, 종합하여 수학적 근거를 제시하여 판단하고 정당화하도록 피드백함.
- 문항 1에서 실생활 속 상황에서 식을 세우는 것이 익숙해지도록 2차시 수업에서 충분한 연습과 피드백함.

1 평가 개요

학교급	고등학교	학년	2학년(3학년)
과목명	미적분 II	영역	미분법, 적분법
성취기준		성취기준별 성취수준 ⁶⁾	
[12미적 II -02-05] 합성함수를 미분할 수 있다.		A	여러 가지 합성함수의 미분을 설명할 수 있으며 이를 활용하여 다양한 문제를 해결할 수 있다.
		B	여러 가지 합성함수의 미분을 이해하고, 이를 활용하여 문제를 해결할 수 있다.
		C	$\{f(x)\}^n$ 의 미분을 할 수 있고, 이를 활용하여 문제를 해결할 수 있다.
		D	$\{f(x)\}^n$ 의 미분 개념을 활용하여 간단한 문제를 해결할 수 있다.
		E	다항함수의 합성함수를 미분할 수 있다.
[12미적 II -03-06] 입체도형의 부피에 대한 문제를 해결할 수 있다.		A	정적분을 활용하여 입체도형의 부피를 구할 수 있다.
		B	
		C	정적분을 이용하여 단면의 넓이가 주어진 입체도형의 부피를 구할 수 있다.
		D	
		E	주어진 안내에 따라 입체도형의 부피를 구할 수 있다.
최소 능력의 수행 특성	- 함수 $y = x^n$ (n은 실수)을 미분할 수 있다. - 넓이와 부피 사이의 관계에 대해 이해하고자 노력한다.		
평가 요소	- 단면적의 넓이와 부피 사이의 관계를 탐구하기 - 합성함수 미분법을 문제상황에 적용해 설명하기		
수행 과제	미적분의 원리가 적용된 세면대 속 탐구하기		
평가 유형	수행평가 논술형	배점	15
논술형 평가 제작 의도 (출제 의도)	- 학생들이 안내된 수학화(모델링)의 과정을 경험하며 수학의 원리를 이해하고 수학의 실용성을 깨달을 수 있도록 안내함. - 많은 계산량으로 문제의 출제 의도가 오도되지 않도록 간단한 수식과 그 해석에 초점을 맞춰 제작함. - 특히, 성취수준 B, C를 고려하여 출제한 것으로, 실생활의 경험을 수학적으로 표현하고 이에 적당한 수학 공식과 원리를 적용할 수 있지를 알아보기 위해 설계함. - 지문의 난이도나 문제상황에서 제시하는 도형 및 조건을 변경하여 성취수준 A를 고려한 문항으로 출제할 수 있음.		

6) 2022 개정 교육과정의 고등학교 <미적분 II> 교과목 성취수준 개발 전으로, 성취수준 진술 원칙에 입각해 자체적으로 작성한 것임.



평가요소별 수행 수준

평가 요소	수준	수행 수준
단면적의 넓이와 부피 사이의 관계를 탐구하기	A	정적분을 활용하여 입체도형의 부피를 구할 수 있다.
	B	
	C	정적분을 활용하여 단면의 넓이가 주어진 입체도형의 부피를 표현할 수 있다.
	D	
	E	정적분을 활용하여 단면의 넓이가 주어진 입체도형의 부피를 표현할 수 있다.
합성함수 미분법을 문제상황에 적용해 설명하기	A	여러 가지 합성함수를 미분할 수 있다.
	B	
	C	$\{f(x)\}^n$ 꼴의 함수를 미분할 수 있다.
	D	
	E	함수 $y = x^n$ (n 은 실수)을 미분할 수 있다.

2

수업 계획 및 흐름도

	1차시	2차시	3차시	4차시	5차시
수업 흐름도	정적분과 급수의 합 사이의 관계를 탐구하고 설명하기	곡선으로 둘러싸인 도형의 넓이 설명하기	입체도형의 부피와 넓이 사이의 관계 설명하기	입체도형의 부피와 넓이 사이의 관계 학습 내용 확인하기	논술형 평가 결과 피드백 및 발표하기
평가 방법	토의·토론 평가	구술 평가	토의·토론 평가	논술형 평가	구술 평가
수업-평가 연계 주안점	길이의 무한 합이 면의 넓이가 되는 과정을 설명하기	.	논술형 문항 안내하기	평가를 통해 학습 과정 성찰하기	.

3

평가 문항

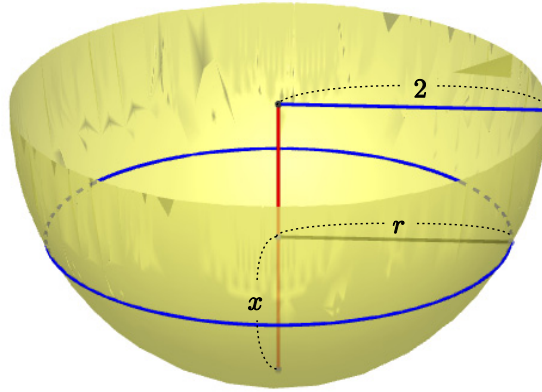


문항 정보

문항	교과 역량	성취기준	평가 요소
1	추론, 의사소통	[12미적Ⅱ-02-05] 합성함수를 미분할 수 있다. [12미적Ⅱ-03-06] 입체도형의 부피에 대한 문제를 해결할 수 있다.	• 단면적의 넓이와 부피 사이의 관계를 탐구하기
2			
3			• 합성함수 미분법을 문제상황에 적용해 설명하기
4			

1~4

그림은 반지름의 길이가 2인 반구형의 세면대이다. 이 세면대에 일정한 속도로 물을 채울 때 수면의 높이가 올라가는 속도가 늦어지는 현상을 수학적으로 확인하고자 한다. 물음에 답하시오. [총 15점]



1. 밑면으로부터 수면의 높이가 x 일 때, 수면의 반지름을 r 라고 하자. r 을 x 에 대한 식으로 나타내고, 그 과정을 서술하시오. [3점]
2. 수면의 넓이 $S(x)$ 를 물의 높이 x 로 나타내고, 적분 기호를 사용하여 물의 부피 $V(x)$ 를 $S(x)$ 에 대한 식으로 나타내시오. [4점]
3. 주어진 세면대에 일정한 속도로 물을 채우면 양수 a 에 대해 $\frac{dV}{dt} = a$ 라 나타낼 수 있다. 합성함수 미분법을 이용하여 $\frac{dx}{dt}$ 를 x 에 대한 식으로 나타내고, 그 과정을 서술하시오. [4점]
4. 시간 t 값이 증가할 때 수면 높이 x 값은 증가한다. 수면 높이 x 에 따른 $\frac{dx}{dt}$ 의 관계를 그래프로 표현하고 시간 t 에 따른 수면 높이 x 의 증가 속도의 변화를 설명하시오. [4점]



채점기준표

문항	평가 요소	채점 요소	척도/배점	수행 수준(채점기준)
1	단면적의 넓이와 부피 사이의 관계를 탐구하기	반지름에 대한 수식 구성하기	3	반지름에 대한 수식을 피타고라스 정리를 이용해 정확히 설명함.
			2	반지름에 대한 수식을 유도했으나, 부정확함.
			1	반지름에 대한 수식 유도를 시도하지 않음.
2		넓이와 부피에 대한 수식 유도하기	4	넓이와 부피에 대한 수식을 모두 정확히 설명함.
			3	넓이 또는 부피에 대한 수식 중 하나만 옳게 구함.
			2	넓이와 부피에 대한 수식 구성을 시도했지만, 모두 부정확함.
			1	넓이와 부피에 대한 수식 구성을 시도하지 않음.
3	합성함수 미분법을 문제상황에 적용해 설명하기	합성함수 미분법 적용 및 높이와 시간의 관계식 유도하기	4	합성함수 미분법을 사용할 수 있으며 높이와 시간의 관계식 모두 정확히 설명함.
			3	합성함수 미분법을 사용 또는 높이와 시간의 관계식 중 하나만 옳게 구함.
			2	합성함수 미분법을 사용과 높이와 시간의 관계식 모두 부정확함.
			1	합성함수 미분법과 높이와 시간의 관계식 구성을 시도하지 않음.
4		실생활의 문제를 수학적으로 해석하기	4	완성된 수식을 이용해 논리적으로 정확한 실생활 해석을 이끌어 냄.
			3	완성된 수식을 이용해 대략 실생활을 해석함.
			2	수식과 논리적 인과관계는 부족하지만, 직관적인 수학적 해석을 시도함.
			1	수학적 해석을 시도하지 않음.

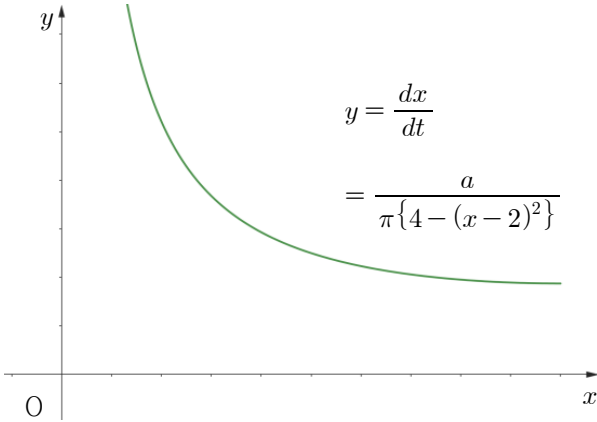


채점 시 유의점

- 문항 1에서 4까지 위계가 있으니 문항 1, 2에서 포기하는 학생들이 없도록 친절하게 안내함.
- 문항 4에서 창의적이고 다양한 답변이 가능함. 완성된 수식을 옳게 해석하고 있는지에 집중해 평가함.



예시답안

문항	예시답안
1	피타고라스 정리에 의해 $2^2 = r^2 + (2-x)^2$이므로 $r = \sqrt{2^2 - (2-x)^2} = \sqrt{4x - x^2}$ ($0 \leq x \leq 2$)이다.
2	반지름의 길이 $r = \sqrt{4x - x^2}$ ($0 \leq x \leq 2$) 이므로 $S(x) = \pi(4x - x^2)$이다. 부피 $V(x)$는 높이 x일 때, 단면적의 넓이가 $S(x)$이므로 $V(x) = \int_0^x S(t) dt$이다.
3	$V(x) = \int_0^x S(t) dt$ ($0 \leq x \leq 2$)이고 합성함수 미분법에 의해 $\frac{dV}{dt} = \frac{dV}{dx} \frac{dx}{dt}$ 이므로 $a = \frac{dV}{dt} = \frac{dV}{dx} \frac{dx}{dt} = S(x) \frac{dx}{dt}$가 성립한다. 즉 $\frac{dx}{dt} = \frac{a}{S(x)} = \frac{a}{\pi(4x - x^2)} = \frac{a}{\pi\{4 - (x-2)^2\}}$이다.
4	 그래프와 같이 $y = \frac{dx}{dt}$의 그래프는 수면의 높이 x에 따른 감소함수이다. 시간 t값이 증가하면 수면의 높이 x도 증가하므로 시간 t값이 증가할 때 $y = \frac{dx}{dt}$는 감소한다. 즉, 시간 t값이 증가하면 수면의 높이 x가 증가하는 속도가 감소한다는 것을 의미한다.



피드백 시 유의점

- 성취기준을 확인하고, 내용과 문항의 난이도, 성취수준 부합 정도를 고려함.
- 해당 학생의 수준보다 높은 수준으로 응답한 결과를 확인하여 그와 함께 피드백함.
- 평소 수업 시간에 학생을 관찰한 내용을 고려하여 피드백함.

1 평가 개요

학교급	고등학교	학년	2학년(3학년)
과목명	기하	영역	이차곡선
성취기준		성취기준별 성취수준 ⁷⁾	
[12기하-01-02] 타원의 뜻을 알고, 타원을 방정식으로 표현할 수 있다.		A	타원의 방정식과 관련된 다양한 문제를 해결하고 그 과정을 설명할 수 있다.
		B	타원의 방정식과 관련된 문제를 해결하고 그 과정을 설명할 수 있다.
		C	문제상황에 맞는 타원의 방정식, 초점, 꼭짓점, 중심의 좌표, 장축과 단축의 길이를 구할 수 있다.
		D	간단한 타원의 방정식 문제에서 초점, 꼭짓점, 중심의 좌표, 장축과 단축의 길이를 구할 수 있다.
		E	타원의 방정식의 그래프를 보고 주어진 안내에 따라 초점, 꼭짓점, 장축과 단축의 길이를 구할 수 있다.
최소 능력의 수행 특성	타원의 방정식과 그 그래프를 보고 주어진 안내에 따라 타원의 특징을 찾을 수 있다.		
평가 요소	- 용어를 활용하여 타원 설명하기 - 실생활 맥락에서 타원의 방정식 구하기		
수행 과제	의료 기술에 사용되는 타원의 방정식 구하기		
평가 유형	수행평가 논술형	배점	15
논술형 평가 제작 의도 (출제 의도)	- 학습 과정에서 다룬 타원의 개념과 타원과 관련된 용어의 뜻을 파악하고 타원이 활용된 실생활 소재 문제를 해결하면서 수학적 유용성과 타원을 이해할 수 있도록 설계함. - 본 문항은 성취수준 A~C를 고려하여 제작한 문항으로 타원의 방정식을 이해하고 실생활 맥락에서 타원의 초점, 꼭짓점, 장축, 단축의 길이 중 제시된 일부 조건을 만족시키는 타원의 방정식을 찾고, 그 과정을 설명할 수 있는지 파악하고자 함. - 문항에서 제시된 타원의 활용 사례 이외에 이차곡선이 사용된 실생활 소재를 학생들이 직접 찾고 탐색하도록 하며 수학적 유용성을 인지하고, 긍정적인 태도를 갖추도록 함.		

7) 2022 개정 교육과정의 고등학교 <기하> 교과목 성취수준 개발 전으로, 성취수준 진술 원칙에 입각해 자체적으로 작성한 것임.



평가요소별 수행 수준

평가 요소	수준	수행 수준
용어를 활용하여 타원 설명하기	A	타원의 장축, 단축, 초점, 꼭짓점, 중심의 뜻을 알고, 제시된 타원을 설명하는 글을 구체적으로 작성할 수 있으며 타원의 방정식과 타원의 성질을 활용하여 장축, 단축, 초점과의 관계를 이해하고 초점의 좌표를 구할 수 있다.
	B	타원의 장축, 단축, 초점, 꼭짓점, 중심의 뜻을 알고, 제시된 타원을 설명하는 글을 구체적으로 작성할 수 있으며 타원의 방정식과 타원의 성질을 활용하여 초점의 좌표를 구할 수 있다.
	C	타원의 장축, 단축, 초점, 꼭짓점, 중심의 뜻을 알고, 제시된 타원을 설명하는 글을 구체적으로 작성할 수 있다.
	D	타원의 장축, 단축, 초점, 꼭짓점, 중심의 뜻을 알고, 제시된 타원을 설명하는 글을 작성할 수 있다.
	E	제시된 타원의 장축, 단축, 초점, 꼭짓점, 중심 중 몇 가지를 설명할 수 있다.
실생활 맥락에서 타원의 방정식 구하기	A	장축과 단축의 길이, 초점의 좌표와 중심이 원점인 타원의 방정식과의 관계를 이해하고, 타원의 방정식을 구할 수 있으며 그 과정을 논리적으로 설명할 수 있다. 꼭짓점의 좌표, 초점의 좌표의 변화에 따라 x 축, y 축에 대한 평행이동을 이용하여 조건을 만족시키는 타원의 방정식을 구할 수 있으며 그 과정을 논리적으로 설명할 수 있다.
	B	장축과 단축의 길이, 초점의 좌표와 중심이 원점인 타원의 방정식과의 관계를 이해하고, 타원의 방정식을 구할 수 있으며 그 과정을 설명할 수 있다. 꼭짓점의 좌표, 초점의 좌표의 변화에 따라 x 축, y 축에 대한 평행이동을 이용하여 조건을 만족시키는 타원의 방정식을 구할 수 있으며 그 과정을 설명할 수 있다.
	C	장축과 단축의 길이, 초점의 좌표와 중심이 원점인 타원의 방정식과의 관계를 이해하고, x 축, y 축에 대한 평행이동을 이용하여 조건을 만족시키는 타원의 방정식을 구할 수 있다.
	D	장축과 단축의 길이, 초점의 좌표와의 관계식을 알고 이에 대한 간단한 문제를 해결할 수 있다.
	E	장축과 단축의 길이를 이용하여 중심이 원점인 타원의 방정식을 구할 수 있다.

2

수업 계획 및 흐름도

	1차시	2차시	3차시
수업 흐름도	서로 다른 두 점 F, F' 을 중심으로 하는 동심원에서 거리가 일정한 점들의 집합이 타원임을 인식하고, 초점, 꼭짓점, 장축, 단축, 중심 용어의 정의 설명 및 타원의 정의로부터 도출된 방정식 구하기	타원의 초점과 장축, 단축과의 관계를 탐구하고 중심이 원점이 아닌 타원의 방정식 일반화하기	쇄석술에 사용되는 타원의 방정식 구하기
평가 방법	.	토의·토론 평가	논술형 평가
수업-평가 연계 주안점	타원의 정의 및 관련 용어의 뜻을 활용한 문제해결 하기	타원의 정의로부터 초점, 장축, 단축의 관계 탐구하고 평행이동을 활용한 타원의 방정식 탐구하기	평가를 통해 학습 과정 성찰하기

3

 문화 정보

문항	교과 역량	성취기준	평가 요소
1	문제해결, 의사소통	[12기하-01-02] 타원의 뜻을 알고, 타원을 방정식으로 표현할 수 있다.	• 용어를 활용하여 타원 설명하기
2			• 실생활 맥락에서 타원의 방정식 구하기

평가 문항

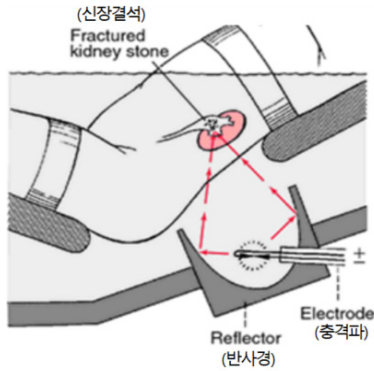
1 타원 $\frac{(x-2)^2}{16} + \frac{(y+3)^2}{36} = 1$ 의 특징을 다음 용어를 사용하여 <조건>에 맞게 설명하시오. [5점]

㉠ 장축 ㉡ 단축 ㉢ 초점 ㉣ 꼭짓점 ㉤ 중심 ㉥ 평행이동

〈조건〉

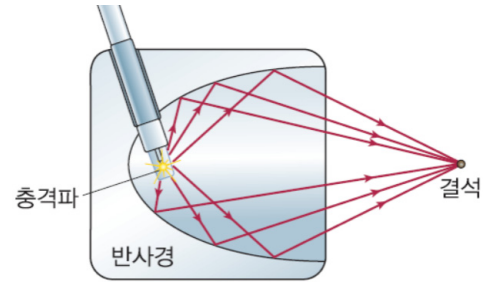
- 문장에 용어 ㉠~㉣를 1개 이상 포함하여 3개 문장으로 작성할 것
- 용어 ㉠, ㉡를 사용할 때 각각의 길이를 구하고, 용어 ㉢, ㉣, ㉤를 사용할 때 각각의 좌표 중 하나 이상 구할 것
- 특징이 모두 나타나도록 좌표평면 위에 그래프를 그릴 것

체외충격파쇄석술은 [그림1]과 같이 신장이나 요로에 생긴 결석을 체외에서 충격파를 쏘아 작은 파편으로 파쇄하고 소변과 함께 몸 밖으로 자연적으로 배출시키는 시술 방법이다. [그림2]와 같이 체외충격파쇄석기의 반사경 단면 모양은 타원의 일부이다. 결석을 타원의 한 초점에 오도록 맞추고 다른 초점에서 충격파를 발생시키면 반사경에 반사된 충격파가 결석에 모여 신체 조직에 손상을 주지 않으면서 결석을 분쇄할 수 있다.



[그림 출처: Nutritional Management of Kidney Stones(2015, p.148)]

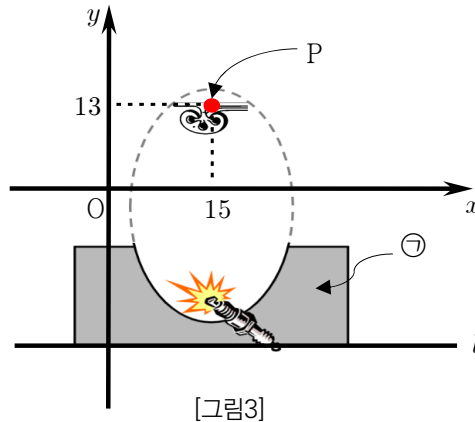
[그림1]



[그림 출처: 신사고교과서 기하 p.42]

[그림2]

2-1. [그림3]과 같이 좌표평면 위의 점 P (15, 13)에 어떤 사람의 결석이 위치해 있다. ㉠은 체외충격파쇄석기의 반사 장치이고, 반사 장치의 밑면에 접하는 직선 l 은 x 축에 평행하다. 쇄석술에 사용할 체외충격파쇄석기의 반사경의 단면은 장축의 길이가 40, 단축의 길이가 24인 타원의 일부이다. 체외충격파쇄석기의 원리를 고려하여 충격파를 발생시킬 지점의 위치를 순서쌍으로 나타내고, 그 이유를 설명하시오. [5점]



[그림3]

2-2. 2-1의 반사 장치 단면의 곡선은 타원 $f(x, y) = 0$ 의 일부이다. 타원의 방정식 $f(x, y) = 0$ 을 구하고, 그 과정을 서술하시오. [5점]



채점기준표

문항	평가 요소	채점 요소	척도/배점	수행 수준(채점기준)	
1	용어를 활용하여 타원 설명하기	타원 용어를 설명하기	3	제시된 타원에 대한 옳은 설명을 3 문장 이상 작성함.	
			2	제시된 타원에 대한 옳은 설명을 2 문장 작성함.	
			1	제시된 타원에 대한 옳은 설명을 1문장 이하 작성함.	
		타원의 그래프를 좌표평면 위에 그리기	2	설명한 모든 특징이 포함된 그래프를 그림.	
			1	그래프를 그렸으나 설명과 다르거나 그래프를 그리지 못함.	
2-1	실생활 맥락에서 타원의 방정식 구하기	실생활에서 타원 초점 찾고 이유 설명하기	3	중심이 원점이면서 주어진 조건(장축, 단축의 길이 등)을 만족시키는 타원의 초점과 충격파를 발생시킬 지점의 위치를 순서쌍으로 옳게 찾았으며, 그 과정을 논리적으로 설명함.	
			2	중심이 원점이면서 주어진 조건(장축, 단축의 길이 등)을 만족시키는 타원의 초점과 충격파를 발생시킬 지점의 위치를 순서쌍으로 옳게 구함.	
			1	충격파를 발생시킬 지점의 위치를 순서쌍으로 찾으려 노력하였으나 수행 정도가 미흡함.	
		문제 상황에 평행이동 개념 적용하기	2	x 축, y 축으로의 평행이동을 이용하여 충격파를 발생시킬 지점의 위치를 찾아냄.	
			1	x 축으로의 평행이동을 이용하여 충격파를 발생시킬 지점의 위치를 찾아냄.	
				y 축으로의 평행이동을 이용하여 충격파를 발생시킬 지점의 위치를 찾아냄.	
2-2		실생활에서 타원의 방정식 설명하기	3	중심이 원점이면서 주어진 조건(장축, 단축의 길이 등)을 만족시키는 타원의 방정식을 옳게 찾고, 반사 장치 일부를 활용하여 그려질 수 있는 타원의 방정식을 옳게 구하였으며 그 과정을 논리적으로 설명함.	
			2	중심이 원점이면서 주어진 조건(장축, 단축의 길이 등)을 만족시키는 타원의 방정식을 옳게 찾고 반사 장치 일부를 활용하여 그려질 수 있는 타원의 방정식을 옳게 구함.	
			1	반사 장치 일부를 활용하여 그려질 수 있는 타원의 방정식을 찾으려 노력하였으나 수행 정도가 미흡함.	
			문제 상황에 평행이동 개념 적용하기	2	x 축, y 축으로의 평행이동을 이용하여 충격파를 발생시킬 지점의 위치를 찾아냄.
				1	x 축으로의 평행이동을 이용하여 충격파를 발생시킬 지점의 위치를 찾아냄.
					y 축으로의 평행이동을 이용하여 충격파를 발생시킬 지점의 위치를 찾아냄.

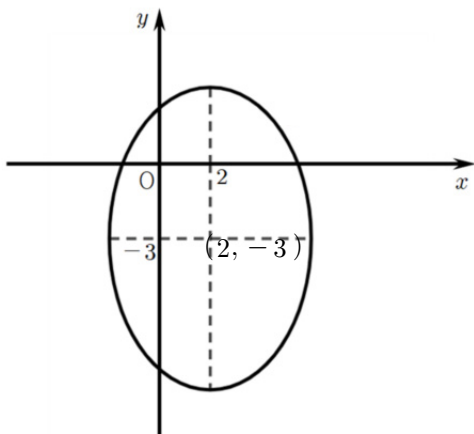


채점 시 유의점

- 표현이 다르더라도 논술 과정에서 풀이 과정이 논리적으로 오류가 없다면 옳은 답안으로 인정함.
- 결석의 위치 및 충격파 발생 지점의 위치는 순서쌍으로 표현해야 함.
- 앞의 과정 풀이에 오류가 있더라도 그것을 기준으로 하여 뒤의 과정을 옳게 구한 경우 부분 점수를 부여하여 각 과정에 대한 수행 수준을 판단 할 수 있도록 함.



예시답안

문항	예시답안
1	타원의 장축의 길이는 12, 타원의 단축의 길이 8이다. 타원의 꼭짓점의 좌표는 $(2, 3)$, $(2, -9)$, $(-2, -3)$, $(6, -3)$이다. 타원의 중심의 좌표는 $(2, -3)$이다. 타원 $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{36} = 1$을 x축으로 2, y축으로 -3 평행이동한 타원의 방정식은 $\frac{(x-2)^2}{16} + \frac{(y+3)^2}{36} = 1$이다. 타원의 초점의 좌표는 $(2, 2\sqrt{5}-3)$, $(2, -2\sqrt{5}-3)$이다. 그래프로 나타내면 다음과 같다. 
2-1	체외충격파쇄석기의 원리에 따라 타원의 한 초점이 $(15, 13)$에 있다고 할 때, 다른 초점의 위치를 점 (a, b)라 두자. 장축의 길이가 40, 단축의 길이가 24이고 중심이 원점인 타원의 초점은 $A(0, 16)$, $B(0, -16)$이다. 이때, 점 $A(0, 16)$이 x축으로 15, y축으로 -3만큼 평행이동하면 점 $(15, 13)$가 된다. 같은 원리로 점 $B(0, -16)$을 x축으로 15, y축으로 -3만큼 평행이동하면 점 (a, b)가 되므로 $a = 15$, $b = -19$ 즉, 충격파를 발생시킬 지점의 위치는 $(15, -19)$이다.
2-2	장축의 길이가 40, 단축의 길이가 24이고 중심이 원점인 타원의 방정식은 $\frac{x^2}{12^2} + \frac{y^2}{20^2} = 1$ ㉠이며, 이때 초점의 좌표 중 하나는 $A(0, 16)$이다. 점 A가 x축으로 15, y축으로 -3만큼 평행이동하면 점 A는 결석의 위치인 점 $(15, 13)$가 된다. 따라서 ㉠을 x축으로 15, y축으로 -3만큼 평행이동하면 조건을 만족하는 타원의 방정식이 다음과 같다. $\frac{(x-15)^2}{12^2} + \frac{(y+3)^2}{20^2} = 1$



피드백 시 유의점

- 성취기준을 확인하고, 내용과 문항의 난이도, 성취수준 부합 정도를 고려함.
- 해당 학생의 수준보다 높은 수준으로 응답한 결과를 확인하여 그와 함께 피드백함.
- 평소 수업 시간에 학생을 관찰한 내용을 고려하여 피드백함.

2025 중등 논술형 평가 길라잡이 교과별 평가 문항 예시

• 총괄

김윤기 경기도교육청 교육과정정책과장

• 기획

주주자 경기도교육청 교육과정정책과 장학관

김주애 경기도교육청 교육과정정책과 장학사

박수진 경기도교육청 교육과정정책과 장학사

• 검토 및 개발

* 검토 위원

박진순(심원중학교)*

배숙(산남중학교)*

문병태(오산중학교)*

윤희정(산남중학교)*

김나연(예당고등학교)*

변희정(상일고등학교)*

김미혜(매양중학교)

김현주(한광여자중학교)

신인화(광명북중학교)

양숙자(배곧해솔중학교)

윤정희(호곡중학교)

윤혜진(동삭중학교)

이은서(전곡중학교)

이정찬(화홍중학교)

정광진(설봉중학교)

정은경(장곡중학교)

최진희(이목중학교)

황지연(용인백현중학교)

김윤정(효양고등학교)

김인경(가좌고등학교)

박미진(동백고등학교)

박승현(상원고등학교)

박하나(여주고등학교)

손명배(운정고등학교)

유현정(중원고등학교)

이선비(효양고등학교)

정희수(용호고등학교)

최선아(경기예술고등학교)

• 윤문

김설진(양영중학교)

금정민(성남외국어고등학교)

송계남(수원다산중학교)

이선영(덕은한강중학교)

• 발행일

2025년 2월

• 발행처

경기도교육청

수학

교과별 논술형 평가 문항 예시자료

